

نمونه سوالات استخدامی رایگان

بزرگترین و معتبرترین سایت دانلود سوالات استخدامی کشور



[www.istekhdam.ir](http://www.istekhdam.ir)

هرنوع سوال استخدامی میخوای دانلود کن

اخبار استخدامی

نمونه سوالات استخدامی بانک ها و نهاد های دولتی

مکانیک سیالات علم بررسی سکون و حرکت سیالات می باشد ، عبارت سیال نشان دهنده مواد در حالت مایع یا گاز است . برخلاف جامدات تحت تأثیر نیروی برشی تغییر شکل پیوسته بر سیال تحمیل می شود و این تغییر شکل تا زمانی ادامه خواهد داشت که نیروی برشی بر توده سیال عمل می کند . و یا شاخه ای از مکانیک که در باره خواص سیال و حرکت اجسام سیال گفتگو می کند مکانیک سیالات (Fluid-mchanics) نام دارد . و به رشته ای از مکانیک سیالات که راجع به کاربرد عملی این علم در امور مهندسی و خواص مایعات و نحوه استفاده در موارد مختلف مهندسی بحث می کند هیدرولیک (Hrdradics) گفته می شود .

### بنیان گذار واقعی مکانیک سیالات

در قرن هجدهم ؛ دو دانشمند سوئیسی به نام اولر و برنولی بنیان گذار علم مکانیک سیالات بودند که قانون برنولی به عنوان یکی از مهم ترین و شاید اساسی ترین قوانین موجود در مکانیک سیالات می باشد . در اواخر قرن نوزدهم 2 دانشمند دیگری به نام استوکس ، رینولدز مطالعاتی در خصوص مایعات لزج (چسبنده) انجام دادند . و پرانیدیل نیز با انواع لایه مرزی در سیال های اخیر گام بلندی در راه توسعه این رشته مهندسی برداشته است . در ایران در سالهای اخیر در زمینه حرکت آب و سیستم های آبیاری انجام گردیده فن توزیع آب در کانال ها به وسیله شیخ بهایی دانشمند ایرانی پایه گذاری شده اند از ابتکاراتی هست که می توان به آنها اشاره نمود

### موارد کاربردی علم مکانیک سیالات

با توجه به اهمیت فوق العاده ای که آب و سایر مایعات در زندگی امروزه دارند مکانیک سیالات در تمام رشته های مهندسی به عنوان یکی از مهم ترین فنون تدریس می گردد احداث شبکه آب و فاضلاب ، ساختمانهای مسکونی و صنعتی ، شبکه های لوله کشی ، نفت و گاز ، استفاده از آبهای زیر زمینی و نیز ایجاد کانالهای آبرسانی و احداث سدها با استفاده از قوانین مکانیک سیالات انجام می شود . از موارد دیگر کاربردی و استفاده از علم سیالات و قوانین مکانیک سیالات آن را می توان در مورد ساختمانها ، دستگاههای هیدرولیکی مثل جک ها ، جرثقیل ها و نظایر آن ها را یاد آوری نمود .

### علم مکانیک

## مکانیک جامدات (Solid machinaes)

## مکانیک سیالات (Fluid machines)

1- سیالات را می توان به صورت اجسامی که می تواند جاری شده و تحت تأثیر نیروهای کوچک تغییر شکل قابل ملاحظه ای بدهند تعریف نمود .

2- شاخه ای از مکانیک که درباره خواص تعادل و حرکت انجام گفتگو می کند . به سیالات معروف است .

3- یا به علمی که مکانیک رفتاری سیالات اعم از مایعات و گازها را بیان می کند .

4- گاز مایع را سیال گویند .

5- سیال ماده ای است که تحت تنش برشی واقعا تغییر شکل می دهد .

نکته : کلیه قوانین برای سیالات قوانین آزمایشگاهی می باشد .

### اصل پیوستار

در مسائل مهندسی مربوط به سیالات معمولاً ابعادی از سیال مورد بررسی قرار می گیرد که در مقایسه با اندازه های مولکولی بسیار بزرگتر هستند . لذا فضای بین مولکولی در نظر گرفته شده و فرض می گردد خواص سیال به طور پیوسته در فضا تغییر می کند . بنابراین جرم مخصوص سیال یک تابع نقطه ای است ، این روش بررسی سیال به صورت جرم پیوسته را اصل پیوستار گویند . به استثناء مطالعه گازهای رقیق شده در همه مباحث مکانیک سیالات اصل پیوستار در بررسی سیال لحاظ می شود .

### تفاوت های سیال و جامد

1- در مورد اجسام جامد (صلب) چون فاصله بین مولکولی آنها کم می باشد و نیروی جاذبه مولکولی بیشتر از سیالات می باشد . باعث می گردد حجم منبسط گردد و باعث سختی و سستی آنها گردد .

2- در مایعات فاصله مولکولی بیشتر است . پس نیروی بین مولکولی در مایعات خیلی کمتر است .

3- در مورد گازها چون فاصله بین مولکولی خیلی زیاد است پس نیروی بین مولکولی گازها صفر می باشد یا وجود ندارد .

4- تفاوت دیگر سیالات و اجسام جامد یا صلب در نحوه بارهای وارده یا تنش های وارده است .

### واحدها

در مکانیک سیالات چهار بعد اصلی جرم ، طول ، زمان ، دما وجود دارند . امروزه واحدهای SI برای توصیف پارامترهای مختلف جریان سیال پذیرفته شده اند . در این سیستم واحدهای اصلی عبارتند از:

1- جرم	[M] کیلوگرم	kg
2- طول	[L] متر	m
3- زمان	[T] ثانیه	S
4- دما	[θ]	k کلوین

### C سانتی گراد (برای محاسبات ترمودینامیک)

بر اساس واحدهای اصلی بالا تعداد زیادی واحدهای دیگر توسعه یافته اند . عمومی ترین واحد مستخرج شده واحد نیرو یعنی نیوتن (N) می باشد .

N: یک نیوتن به نیرویی گفته می شود به جرم 1 کیلو گرمی شتاب 1 متر بر مجذور ثانیه می دهد

### ابعاد پارامتری کاربردی سیالات

کمیت	بعد	واحد
مساحت	$L^2$	$M^2$
حجم	$L^3$	$M^3$
سرعت	$LT^{-1}$	m/s

$m/s^2$	$LT^{-2}$	شتاب
$N.M$	$ML^2T^{-2}$	انرژی
$j/s$	$ML^2T^{-3}$	توان
$Kg/m.s$	$ML^{-1}T^{-1}$	لزجت
$N/m^2$	$ML^{-1}T^{-2}$	فشار
$N$	$MLT^{-2}$	نیرو

جرم مخصوص

جرم واحد حجم سیال به نام جرم مخصوص آن خوانده می شود .

$$M \text{ جرم سیال} \quad P = \frac{M}{V}$$

$$V \text{ حجم سیال}$$

که واحدهای جرم مخصوص  $kg/m^3$  و بعد واحد آن بر حسب  $ML^{-3}$  نمایش داده می شود

وزن مخصوص

وزن مخصوص عبارت است از وزن جسم در واحد حجم را وزن مخصوص و یا گاما ( $\gamma$ ) نمایش می دهد

$$\gamma = \rho \cdot g \text{ که } \gamma = 9/81 m/s^2 \text{ در نظر می گیرند}$$

حجم مخصوص

$$V_s = 1/\rho$$

حجم اشغال شده توسط واحد جرم سیال را گوئیم .

چگالی نسبی

چگالی نسبی عبارت است از نسبت وزن مخصوص سیال مورد نظر به وزن مخصوص سیال مبنا در دما و فشار معین و به صورت SG نشان داده می شود. جرم مخصوص مایعات را نسبت به آب و جرم مخصوص گازها را نسبت به هوا در نظر می گیرند.

$$SG_{\text{مایع}} = \frac{\rho_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{آب}}} \quad SG = \frac{P_{\text{گاز}}}{P_{\text{هوا}}}$$

### وزن مخصوص نسبی

وزن حجم معینی از یک سیال به وزن همان حجم از سیال که به عنوان مبنا انتخاب شده به نام وزن مخصوص نسبی بیان می گردد.

$$W : \text{وزن نسبی} \quad W = \frac{\gamma}{\gamma_0}$$

$\gamma$  : وزن مخصوص سیال

$\gamma_0$  : وزن مخصوص سیال مبنا

### فشار

فشار: یک تنش فشرده کننده به روی سیال است و به صورت زیر بیان می گردد.

$$P = \frac{F}{A} = \frac{\text{نیرو}}{\text{سطح قطعی}} \quad P = \text{فشار یکنواخت باشد}$$

$$P = \frac{dF}{dA} \quad P = \text{فشار متغیر باشد}$$

واحد آن پاسکال که بر حسب  $N/m^2$  عنوان می گردد.

واحدهای مورد استفاده دیگر عبارتند از bar, Kpa که به صورت زیر می باشد.

$$Kpa = \text{کیلو پاسکال} = 1000 N/m^2$$

$$bar = \text{بار} = 10^5 N/m^2 = 100 kpa$$

نکته :گاهی اوقات فشار به صورت ارتفاع  $h$  از یک ستون معادل سیال با جرم مخصوص  $p$  بیان می گردد

$$P = \rho q h = \gamma h$$

$$h = \frac{P}{\rho g}$$

### تنش برشی و لزجت

خواصی همچون جرم مخصوص و وزن مخصوص به تنهایی در مطالعه ی فشار سیال کافی نیستند زیرا دو سیال (مانند آب و روغن) می توانند تقریباً و مقدار متشابه جرم مخصوص داشته باشند .

اما رفتار جریان آنها می توانند کاملاً متفاوت باشد . از این نظر در معادله ویژگیهای مربوط به رفتار مکانیکی سیال لزجت یا ویسکوزیته سیال اهمیت بسزایی دارد .

اولین خاصیت سیال (لزجت) ویسکوزیته (Viscosity) می باشد . لزجت یا ویسکوزیته مانند یا مشابه اصطکاک در مورد اجسام صلب می باشد با این تفاوت که اثر ویسکوزیته فقط هنگام حرکت سیال نمودار می شود . و در نتیجه آن نیرویی به نام گرانروی یا لزجت به وجود می آید که در جهت مخالف حرکت سیال اثر می کند لزجت سبب چسبندگی قشرهای مختلف سیال ضمن حرکت می گردد . لزجت یا ویسکوزیته به دو عامل بستگی دارد یکی به نیروی مولکولی (هر چه نیروی بین مولکولی بیشتر باشد ویسکوزیته بیشتر است و دوم نرخ انتقال مومنتم . مولکولی در گازها که آزادی حرکت در مولکولها باعث بیشتر شدن ویسکوزیته خواهد شد .

### طریقه بدست آوردن لزجت

برای بدست آوردن ویسکوزیته یا لزجت طبق شکل زیر در نظر بگیرید

سیالی مانند آب بین دو صفحه موازی نزدیک به هم قرار گرفته است صفحات به قدری بزرگ اند که می توان از شرایط لبه های آن صرف نظر کرد. همانطور که در شکل نشان داده است وقتی نیروی ثابت  $F$  به صفحه بالایی اعمال شود . صفحه

بالایی به اندازه  $\Delta L$  جا به جا می شود و خط عمودی AB به موقعیت A'B' تغییر شکل می دهد . صفحه بالایی با سرعت ثابت U حرکت خواهد کرد . ذرات سیالی که در مجاورت صفحه بالایی قرار دارند سرعتی برابر با سرعت U دارند . سیال بین دو صفحه با سرعتی  $U=U(y)$  در حال حرکت است که به صورت خطی تغییر می کنند همانطور که در شکل نشان داده شده بنابراین یک گرادیان سرعت  $\frac{du}{dy}$  در سیال به وجود می آید . در این حالت خاص مقدار گرادیان سرعت ثابت است زیرا  $\frac{dv}{dy} = \frac{u}{b}$  که (ضخامت سیال است) اما در جاهایی که جریانهای پیچیده وجود دارد صدق نمی کند . در این آزمایش که سرعت در مجاورت صفحه پایینی تقریباً صفر بوده و در مکانیک سیالات بسیار مهم و معروف است به شرط عدم لغزش و ویژگی تمام جریانهای سیال لزجت دارا است در فاصله نمو زمانی  $\Delta t$  خط فرضی عمودی AB به اندازه زاویه  $\Delta B$  تغییر مکان می دهد پس داریم

$$tq\delta B = \delta B = \frac{\delta L}{b} \Rightarrow \delta L = Udt \Rightarrow \delta B = \frac{U\delta t}{b}$$

مشاهده می شود که  $\delta B$  تابعی است از نیروی F که سبب سرعت می شود و همچنین زمان برای محاسبه تنش برشی آهنگ تغییرات  $\delta B$  را بررسی می کنیم . آهنگ تغییر شکل زاویه ای سیال به وسیله رابطه زیر بیان می گردد .

$$\text{تغییر شکل زاویه ای} \quad \text{آهنگ} = \lim_{\delta t \rightarrow 0} \frac{\delta B}{\delta t}$$

که در این حالت خواهیم داشت

$$\text{تغییر شکل زاویه} \quad \text{آهنگ} = \frac{U}{b} = \frac{du}{dy}$$

ادامه این آزمایش نشان می دهد که با افزایش تنش برشی به وسیله افزایش نیرو  $F$  ( $\tau = \frac{F}{A}$ ) پس آهنگ تغییر شکل زاویه نیز افزایش می یابد . که  $\mu$  (ضریب) ثابت تناسب است به این تناسب لزجت مطلق دینامیکی یا لزجت گفته می شود .

$$\text{آهنگ} \quad \text{تغییر شکل زاویه} \quad \tau^*$$

$$\text{که } \mu \text{ ضریب تناسب است به این تناسب } \underline{\text{لزجت مطلق دینامیکی یا لزجت}} \quad \tau^* \frac{du}{dy} \Rightarrow \tau = \mu \frac{du}{dy}$$



گفته می شود. و علت این امر آن است که اثر لزجت سیال فقط در هنگام حرکت ظاهر می شود. در صورتی که خواص قبلی مانند وزن مخصوص و غیره هم در حالت سکون و هم در حالت حرکت ظاهر می شود. معمولاً در بیان و نوشتار از ذکر کلمه دینامیکی صرف نظر می شود لذا مراد از لزجت همان لزجت دینامیکی است. دیماسیون لزجت  $\mu$  عبارت از:  $(FT/L^2)$  و واحد آن عبارت از  $(M/LT)$  و  $(kg/m.s)(Sluq/ft.s)$

### نکات

- 1- سیالاتی که از رابطه یا  $\tau = \mu \frac{du}{dy}$  معادله خطی زیر پیروی می کنند به سیالات نیوتنی معروف اند.
- 2- سیالات نیوتنی مانند مایعات و گازها اکثراً نیوتنی هستند.
- 3- سیالاتی که از رابطه بالا یا معادله خطی تبعیت نمی کنند به سیالات غیر نیوتنی معروف اند مانند خمیرها، دوغابها و گریسها، رنگ، خون، خمیردندان و غیره
- 4- ویسکوزیته خاصیتی از سیال است که در مقابل حرکت سیال مقاومت از خود نشان می دهند.
- 5- هر چه مقدار  $\mu$  بیشتر سرعت زاویه ای کمتر است.
- 6- سیال مایع: مفهوم عمده آن نیروی بین مولکولی است.
- 7- سیال گاز: مفهوم عمده آن نرخ انتقال مومنت مولکولی است.
- 8- وقتی که دما بیشتر می شود نیروی بین مولکولی ضعیف و فاصله کمتر خواهد شد. پس با افزایش دما ویسکوزیته مایع کم خواهد بود.
- 9- وقتی که بالا می رود انتقال مولکول های گاز بیشتر خواهد شد و ویسکوزیته گاز بیشتر خواهد شد.
- 10- بعضی اوقات ضرایب لزجت دینامیکی  $\mu$  با واحد پواز که با علامت مشخصه P نشان داده می شود یا سانتی پواز cp نشان داده می شود.
- 11- واحد لزجت در سیستم SI نیوتن - ثانیه بر متر مربع  $(N.s/m^2)$  یا کیلوگرم بر متر ثانیه  $(kg/m.s)$  که نام خاصی ندارد.  $n.s/m^2$  را می توان به صورت pa-s پاسکال - ثانیه نیز بیان کرد.

### لزجت سینماتیکی

نسبت ضریب لزوجت دینامیکی به جرم مخصوص سیال با حرف یونانی  $\eta$  (nv) نمایش داده می شود زیرا :

$$\eta = \frac{\mu}{P} = \frac{N.s/m^2}{kg/m^3} = \frac{kg.m^{-1}.s^{-1}}{kg.m^{-3}} = m^2/s$$

پارامتر  $\eta$  دارای بعد  $(L^2/T)$  افت و لزوجت سینماتیکی سیال گفته می شود .

گاهی اوقات لزوجت سینماتیکی نیز با واحدهای لستوک یا سانتی استوک بیان می گردد.

$$1stoke = 10^{-4} m^2/s$$

پس واحد ویسکوزیته سینماتیکی در سیستم SI برابر با  $m^2/s$  می باشد .

### مثال (1)

لزجت یک مایع  $0.005 \text{ pas}$  و جرم مخصوص آن  $850 \text{ kg/m}^3$  است لزجت سینماتیکی مایع را حساب کنید .

حل : با توجه به اینکه  $0.005 \text{ pas} = kg/m.s$  واحد لزجت

$$\eta = \frac{N/P}{850 \text{ kg/m}^3} = \frac{0.005 \text{ kg/m.s}}{850 \text{ kg/m}^3} \Rightarrow \eta = 5.882 \text{ m}^2/s$$

$$\Rightarrow \eta = 5.882$$

### مثال (2)

یک صفحه بی نهایت بزرگ بر روی صفحه دومی که بین آنها لایه ای از روغن با لزجت  $29 \text{ kg/m.s}$  قرار دارد حرکت می

کند . اگر  $V=3 \text{ m/s}$  و  $h=2 \text{ cm}$  تنش برش را حساب کنید .

حل : معادله اساسی عبارتست از

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

با فرض نبودن تغییر فشار در جهت جریان و بررسی تعادل نیروهای وارد بر یک جزء کوچک سیال . تنش برشی در سراسر سیال ثابت باقی می ماند .

$$\frac{du}{dy} = \frac{\Delta U}{\Delta y} = \frac{v-0}{h-0} = \frac{3m/s}{/02m} \Rightarrow \tau = \mu \frac{du}{dy} = (/29kg/ms) \times \frac{3m/s}{/02m} \Rightarrow \tau = 43kg/ms^2 = 43N/m^2 = 43pa$$

### مثال (3)

توزیع سرعت در یک سیال نیوتنی بین دو صفحه موازی در شکل زیر به صورت  $U = \frac{3V}{2} \left[ 1 - \left( \frac{y}{h} \right)^2 \right]$  است که  $V$  سرعت

متوسط سیال است . لزجت سیال  $/04 ft/s$  است اگر  $V=2ft/s$  و  $h=/2m$  باشد مطلوب است محاسبه

(الف) تنش برشی وارد بر صفحه پایینی

(ب) تنش برشی وارد بر صفحه بالایی

(ج) تنش برشی در خط مرکزی بین دو صفحه

حل :

اگر توزیع سرعت :  $U=U(y)$  مشخص باشد تنش برشی را در تمام نقاط به وسیله محاسبه گرادیان سرعت :  $\frac{du}{dy}$  می توان

محاسبه کرد .

برای توزیع سرعت داده شده

$$\frac{du}{dy} = \frac{-3vy}{h^2}$$

در امتداد دیواره پایین  $y = -h$  پس داریم :

$$\frac{du}{dy} = \frac{3V}{h}$$

بنابراین تنش برشی از صفحه پایینی :

$$\tau = \mu \left( \frac{3v}{h} \right) \quad \text{پایینی}$$

در جهت جریان  $14/4 = \tau_{\text{پایین}} \Rightarrow \tau = \frac{(0/04 \text{ lbf} \cdot \text{s} / \text{ft}^2)(3)(2 \text{ ft} / \text{s})}{(0/2 \text{ in})(1 \text{ ft} / 12 \text{ in})}$  پایینی

پایینی  $\tau = (14/41 \text{ lbf} / \text{ft}^2) \times (40448 \text{ N} / \text{lbf}) \left( \frac{\text{ft}^2}{0/03048^2 \text{ m}^2} \right) \left( \frac{\text{pa} \cdot \text{m}^2}{\text{N}} \right)$   
 پایینی  $= 6269 \text{ kap}$

ب) نظر به اینکه توزیع سرعت متقارن است تنش برش را در امتداد صفحه بالایی برابر است با تنش در صفحه پایینی و در همان جهت است.

ج) در امتداد خط مرکزی بین دو صفحه  $y=0$  بین  $\frac{du}{dy} = 0$  بنابراین در وسط دو صفحه  $\tau_{\text{وسط}} = 0$

#### مثال (4)

توزیع سرعت جریان سیالی با ویسکوزیته  $(0/8 \text{ N}^s / \text{m}^2)$  بوسیله  $V = 3\gamma - 3\gamma^2$  تغییر کند. مطلوب است محاسبه تنش برشی  $\tau$  در نقطه  $\gamma = 0/5 \text{ m}$  به حد میزان خواهد بود.

حل :

$$v = 3\gamma - 3\gamma^2$$

$$\frac{du}{d\gamma} = 3 - 4\gamma \quad \frac{\gamma \text{ برای}}{\gamma = 0/5 \text{ m}} \Rightarrow \frac{dv}{du} = 3 - 6 \times 0/5 \Rightarrow \tau = \mu \frac{du}{ds}$$

$$\tau = \mu \times 0 \Rightarrow \tau = 0 \text{ N} / \text{m}^2$$

#### مثال (5)

توزیع سرعت لوله برابر  $U = 20y - 10y^2$  است ( $y$  به متر و  $u$  متر در ثانیه) لزجت یا ویسکوزیته برابر  $1$  نیوتن بر متر مربع و شعاع  $r_0$  برابر  $20$  متر است تنش برشی در دیوار لوله چقدر است ؟



$\tau_0$

y

$$\tau = \mu \frac{du}{dy}$$

$$U = 20y - 10y^2 \Rightarrow \frac{du}{dy} = 20 - 20y \Rightarrow 20(1 - \gamma)$$

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad \Pi \Rightarrow I \Rightarrow \tau = \mu \times [20(1 - y)] \Rightarrow y = 0 \Rightarrow \tau = 20 \times (1 - 0) \Rightarrow \tau = 20 \text{ Pa}$$

### مثال (6)

توزیع سرعت یک مایع لزج ( $\mu = 9 \text{ N.s/m}^3$ ) بر روی یک سطح شیب دار برابر است  $U = 68\gamma - \gamma^2$  داده نشده است.  $U$  سرعت مایع بر حسب m/s در فاصله  $\gamma$  متر از سطح جسم صلب می باشد. تنش برشی در نقطه  $y = 17 \text{ m}$  سطح به چه میزان می باشد؟

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \Rightarrow U = 68\gamma - \gamma^2 \Rightarrow du = 68 - 2\gamma$$

$$\tau = 0.9 \times (0.68 - 2y) = y - 0.17 \text{ m} \Rightarrow$$

$$\tau = 0.9 \times (0.68 - 2 \times 0.17) \Rightarrow \tau = 0.306 \text{ N/m}^2$$

### مثال (7)

سیالی با لزجت دینامیکی  $\mu = 0.0095 \text{ N.s/m}^2$  در لوله ای به قطر 10 cm جریان دارد. توزیع سرعت آن به صورت سهمی و طبقه معادله:

$$V = 1372 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right] \quad \text{معادله:}$$

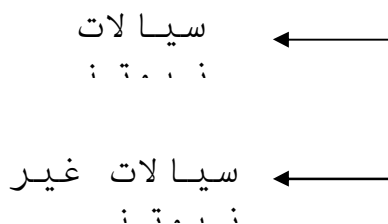
است که در آن  $V$  بر حسب m/s و  $r_0$  فاصله شعاعی از مرکز لوله و  $R$  شعاع لوله است. تنش برشی وارده بر جداره لوله چند  $\text{N/m}^2$  است.

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} \quad V = 1372 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{du}{dy} = 0.1372 \times \left( \frac{-2r}{R^2} \right) \Rightarrow \tau = 0.00958 \times 1372 \times \left( \frac{2r}{R^2} \right)$$

$$r = R = 0.05 \quad \text{رابطه } \Pi$$

$$\tau = 0.00958 \times 1372 \times \left( \frac{-2 \times 0.05}{0.05^2} \right) \Rightarrow \tau = 0.526 \text{ N/m}^2$$

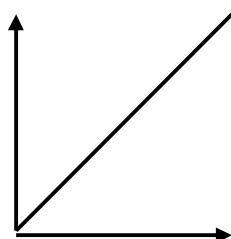
انواع سیالاتانواع سیالات حقیقی :

سیالات ایده آل سیالی است که غیر قابل تراکم بوده و گرانشی یا لزوجت آن صفر باشد. صفر بودن لزوجت به این معنی است که ذرات سیال ضمن حرکت هیچگونه چسبندگی نداشته و در آن هیچ گونه تنش برشی موثر نباشد و چنین سیالی در طبیعت وجود ندارد.

سیالات نیوتنی : (fluid . newtoninas)

(تنش)

τ = μ dv/dy



«گرادیان

سرعت»

در این دسته از سیالات ضرایب گرانشی مستقل از تنش برشی لزوجت (یا گرادیان سرعت) بوده و به طوریکه دیدیم از فرمول

بالا :  $\tau = \mu \frac{dv}{dy}$  به عبارت دیگر در مورد این دسته  $f$  ضریب گرانشی در یک درجه حرکت معین مقدار ثابتی می باشد.

توجه به شکل بالا تغییرات تنش برشی  $\tau$  نسبت به گرادیان سرعت به صورت خط مستقیم و ضریب زاویه این خط ضریب

گرانشی  $\mu$  می باشد. سیالات نیوتن را می توان مانند مایعات رقیق و گازها عنوان کرد. مانند آب و هوا.

سیالات غیر نیوتنی

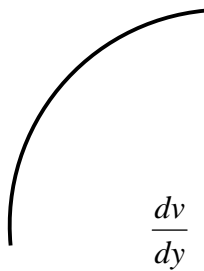
در این دسته از سیالات ضریب گرانشی در فشار و دمای معینی ثابت نیست بلکه تابعی از گرادیان سرعت می باشد. سیالاتی

مثل کلوئیدها، امولسیون و گل ها را می توان جزء این دسته منظور نمود. به عبارت دیگر رابطه بین تنش برشی موثر و

سرعت تغییر شکل زاویه ای غیر خطی است.

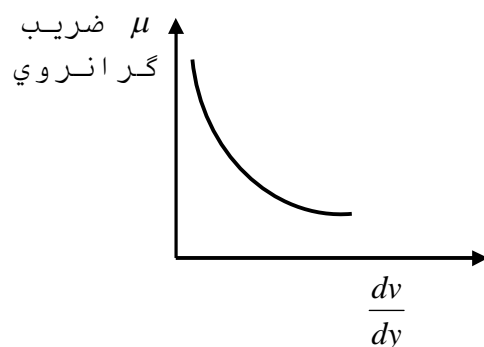
τ





تغییرات  $\tau$  نسبت به  $\frac{dv}{dy}$  در مورد سیالات غیر نیوتنی

به طوریکه دیده می شود . شیب منحنی در هر نقطه نمایشگر ضرایب گرانیوی بوده و بنابراین در هر نقطه مقدار آن نسبت به میزان تنش برشی گرادیان سرعت متفاوت خواهد بود . سیالات غیر نیوتنی دیگر مانند مایعات غلیظ و هیدروکربنهای زنجیری مانند جوهر . تغییرات ضریب گرانیوی نسبت به گرادیان سرعت نشان داده شده است .



گرادیان

تغییرات ضریب گرانیوی نسبت به  $\frac{dv}{dy}$  در مورد سیالات غیر نیوتنی

### سیالات غیر نیوتنی :

سیالات نیوتنی بسته به نحوه تغییرات گرانیوی نسبت به تنش برشی به انواع زیر تقسیم می شود .

یا به عبارتی دیگر رابطه بین تنش برشی موثر و سرعت تغییر شکل زاویه ای غیر خطی است.

سیالات پلاستیک  
پینگهام  
سیالات پلاستیکی

انواع سیالات غیر نیوتنی

سیالات شبه  
الاستیک  
سیالات منبسط  
شونده

## 1) پلاستیک (Plastic)

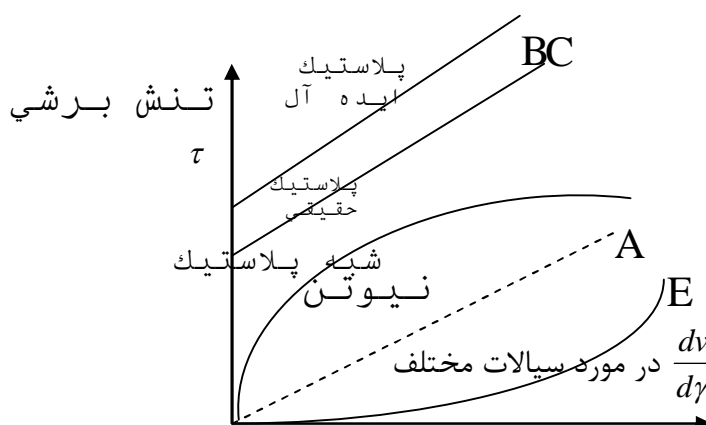
پلاستیک ماده است که اگر تحت تأثیر نیروهای برشی قرار گیرد تا حدی مقاومت می کند و با افزایش تنش برشی تغییر شکل می دهد. در نتیجه پلاستیک نیز یک نوع سیال می باشد.

## 2) الاستیک Elastic

الاستیک ماده ای است که چنانچه تحت تأثیر نیروی برشی قرار گیرد تغییر شکل می دهد به طوریکه با افزایش تنش برشی در نقطه ای قطع می گردد.

## الف) سیالات پلاستیک Bingham

این قبیل سیالات می توانند تا تنش برشی معینی را تحمل کنند. و بعد از حد معینی که تنش برشی از مقدار معین تجاوز کند تغییر شکل می دهد و به جریان می افتد.



نرخ تغییر شکل  $dv/d\gamma$  تغییرات  $\gamma$  نسبت به تغییرات  $\frac{dv}{d\gamma}$  در مورد سیالات مختلف

منحنی B در شکل بالا به صورت خط مستقیم است.

$$\tau = \tau_0 + U \frac{dV}{dY}$$

$\tau_0$ : تنش برشی بحرانی سیال است و تا مادامیکه تنش اعمالی از آن تجاوز نکرده سیال به حرکت در نخواهد آمد. به عنوان

مثال از این نوع سیال می توان از لجن فاضلاب ها نام برد.

## سیال پلاستیک حقیقی



در این نوع سیالات پس از به جریان افتادن سیال ضریب گرانروی ثابت نموده و فقط در گرادیان سرعت های بالا تقریباً مقدار از آن ثابت می شود . منحنی تغییرات این نوع سیالات به صورت شاخه C نشان داده شد . گل حفاری را که در حفر چاههای چاه نفت به کار می رود نام برد .

### سیالات شبه پلاستیک (Pseudo plastic)

این دسته سیالات نیز قادر به تحمل هیچ گونه تنش برشی نیستند و در اثر آن به جریان می افتند ولی گرانروی آنها با افزایش گرادیان سرعت ، کاهش می یابد (شاخه D) از این قبیل سیالات ژله های حاصله از انحلال پلی استر (polystyrene) در حلال آبی را می توان نام برد . از مواد دیگر سیمان ، شیر و محلول های کلئیدی

### سیالات منبسط شونده (Dilatant)

در این قبیل سیالات گرانروی با افزایش گرادیان سرعت افزایش می یابد (شاخه E) از این اجسام گل ها را می توان نام برد . در این سیالات با افزایش  $\frac{du}{dy}$  ویسکوزیته دینامیکی  $\mu$  این نوع سیال افزایش پیدا می کند مانند ماسه بسیار ریز

### مواد ویسکو الاستیک (Viscoelastic)

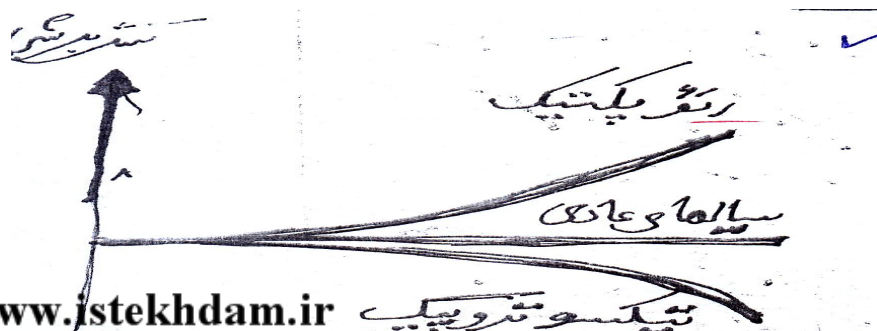
خواص مکانیکی این مواد تابع سرعت تغییر شکل است . این مواد همانند سیالات غیر نیوتنی عمل می کند . ولی هنگامی که تنش برشی ناگهان تغییر می کند مانند پلاستیک های عمل می کنند

### سیالات رئوپکتیک

رفتار پیچیده غیر نیوتنی دیگر پدیده حالت ناپایدار است بعضی سیالات برای ثابت نگه داشتن آهنگ تغییر شکل زاویه ای (با آهنگ کرنش برشی) خود به تنش برشی بیشتری نیاز دارند . این گونه سیالات رئوپکتیک می گویند . عکس این حالت سیالی است که با گذشت زمان رقیق می شود و تنش کمتری نیاز دارد این سیال راتیسکوتروپیک می نامند

(ژلاتینی)(Tixotropic) مانده ژله ها

، جوهر چاپ ، رنگ ها



تراکم پذیری سیالات

تمام سیالها در اثر فشار تغییر حجم می دهند و متراکم می شوند . با این عمل انرژی در داخل سیال ذخیره می شود و به محض بر طرف شدن فشار به حالت اولیه خود بر می گردد . بنابراین می توان نتیجه گرفت سیال ها الاستیک اند . معمولاً یک مایع مثل آب را سیال تراکم ناپذیر در نظر می گیرند و زمانی تراکم پذیری اهمیت پیدا می کند که تغییرات فشار زیادی را به طور ناگهانی داشته باشیم (ضربه قوچ) و به عبارت دیگر سرعت جریان ناگهان صفر شود . این بدان معنی است که اگر

فشار واحد حجم مایعی به اندازه  $dp$  افزایش یابد حجم مورد نظر به اندازه  $\frac{dV}{-dV}$  کاهش می یابد .

$$K = \frac{-dp}{(\frac{dv}{v})} \text{ یا } K = \frac{dp}{(\frac{dp}{p})} = \frac{p_2 - p_1}{v_2 - v_1}$$

واحد  $k$  همان واحد فشار می باشد .

پس مدول الاستسیته حجمی: عبارت از تغییرات فشار به تغییرات حجم در واحد حجم که به آن مدول الاستسیته حجمی

یا مدول بالک یا ضریب کشسانی یا ضریب ارتجاعی گفته می شود .

نکته :

علامت منفی بیانگر آن است که تغییرات فشار در جهت عکس تغییرات حجم گفته می شود .

واحد  $k$  همان واحدهای فشار (اتمسفر atm و پاسکال pa و bar) مقدار  $k$  برای مایعات زیاده بوده و تغییرات جرم مخصوص با فشار بسیار کم می باشد ولی در اثر فشار مولکولهای مایع به هم نزدیک شده و در نتیجه  $k$  افزایش می یابد و افزایش درجه حرارت باعث کاهش مقدار  $k$  می شود.

رابطه بالا نشان می دهد که مدول بالک بستگی به رابطه فشار و جرم مخصوص دارد . و چون جرم مخصوص بستگی به تغییرات درجه حرارت در زمان تراکم دارد . بنابراین  $k$  نیز بستگی به درجه حرارت خواهد داشت .

مثال (1) :

مایعی در سیلندری متراکم شده است . اگر حجم مایع در فشار  $2\text{MN/m}^2$  برابر با  $0.0113\text{m}^3$  و در فشار  $4\text{MN/m}^2$  برابر  $0.0112\text{m}^3$  باشد .

مطلوب است محاسبه ضریب یا مدول حجمی مایع .

$$K = \frac{dp}{d\vartheta} = \frac{P_2 - P_1}{\frac{V_2 - V_1}{V_1}} \Rightarrow E_v = - \frac{dp}{dv}$$

$$dp = 4 - 2 = 2\text{MP}$$

$$dv = -(0.0112 - 0.0113) = -0.0001\text{m}^3$$

$$\vartheta = 0.0113 \Rightarrow k \text{ یا } E_v = \frac{2}{0.0001/0.0113}$$

$$K = 236\text{MP}$$

مثال (2)

سیالی فشار  $2\text{atm}$  دارای حجم  $3\text{m}^3$  باشد چنانچه فشار به اندازه  $0.2\text{atm}$  فشار اولی افزایش یابد حجم به  $2\text{m}^3$  می رسد مدول الاستیته حجمی را محاسبه کنید .

$$P=2\text{atm}$$

$$P_2=P_1+2P_1=2+0.2(2)=2.4\text{atm}$$

$$V_1=3\text{m}^3$$

$$V_2=2\text{m}^3$$

$$K=?$$

$$K = - \frac{\Delta p}{\frac{\Delta v}{-v}} = \frac{-(2.4 - 2)}{\frac{2 - 3}{3}} \Rightarrow K = 1.2\text{atm}$$

$$K = 1.2\text{atm}$$

گاز کامل و معادله حرکت

گاز کامل گازی است که از قانون مربوط به گازهای کامل تبعیت کند و گرمای ویژه آن ثابت باشد .

$$\frac{P_{vs}}{P.V_s} = RT$$

P: فشار مطلق

$V_s$ : حجم مخصوص

R: ثابت عمومی گازها

T: دمای مطلق

فرق بین گاز کامل و سیاه ایده ال این است که سیال ایده آل تراکم ناپذیر و مدول اصطکاک می باشد در حالی که گاز کامل هم دارای لزجت و هم قادر به ایجاد تنش های برشی است و تراکم پذیر نیز هست .

$$V_s = \frac{1}{\rho} \quad \xrightarrow[\text{بگذاریم}]{\text{در معائنه گاز}} P \times \frac{1}{\rho} = RT \Rightarrow P = \rho RT$$

در فرمول بالا :

$$R = \frac{8312}{88} \leftarrow M \text{ نسبی گاز : } \text{جرم مولکولی}$$

### فشار بخار مایع ( $P_v$ )

فشار بخار فشاری که در آن مایع شروع به جوشیدن می کند و یا بخارش به حالت تعادل می رسد. هنگامی که عمل تبخیر در یک فضای بسته انجام شود . فشار جزیی ایجاد شده بوسیله مولکولهای بخار را فشار بخار گویند فشار بخار به دما بستگی دارد و با افزایش دما افزایش می یابد اگر فشار به حدی برسد که عمل تبخیر متوقف شود به عبارت دیگر بین فرار مولکولها از سطح مایع (تبخیر) ورود مولکولها بخار به مایع (تقطیر) تعادل برقرار گردد . فشار بخار اشباع به وجود می آید .

جوشیدن یک مایع زمانی رخ می دهد که فشار روی سطح مایع با فشار بخار آن سطح مایع با فشار بخار آن در درجه حرارت محیط برابر باشد . بنابراین با کاهش فشار روی سطح مایع می توان نقطه جوش آن مایع را از نقطه جوش در فشار اتمسفر پایین تر آورد .

کمیت بدون بعدی را که بیانگر جوش ناشی از جریان مایع باشد عدد حفره زایش (کاویتاسیون) (Cavitaion) می نامند . که از رابطه زیر بدست می آید .

$$Ca = \frac{P_a - P_v}{0.5 \rho v^2}$$

«کاویتاسیون عدد حفره زایش»

$P_a$ : فشار محیط

$P_v$ : فشار بخار

$V$ : سرعت جریان

نکته :

هنگامی که در نقاطی از مایع فشار به قدری کاهش یابد که مساوی فشار بخار یا کمتر از آن گردد . کاویتاسیون به وجود می آید و باعث می شود که مایع سریعاً تبخیر گردد . (جوش آید ) و حبابهای کوچک تشکیل شود . این حبابها به همراه مایع حرکت کرده و به طرف نقاطی از جریان که فشار بیشتری نسبت به فشار بخار دارند حرکت می کند و این حالت که در آنجا باعث تولید ناگهانی حبابها می شود . گازهای حل شده در مایعات نیز باعث به وجود آمدن کاویتاسیون خواهند شد .

حلالیت گازها در مایع با کاهش فشار کم شده و در نتیجه گاز با هوای حل شده در داخل مایع می تواند در نقاط کم فشار آزاد شده و می تواند باعث صدمه شود . کاویتاسیون در پمپ ها و توربینها و پروانه اتفاق می افتد .

### کشش سطحی Surface Tension

چون مایع نمی تواند ازادانه انبساط یابد با مایع یا گاز دیگری سطح مشترکی تشکیل می دهد . در مرز بین یک مایع و یک گاز که با یکدیگر مخلوط می شوند . لایه ای وجود دارد که ظاهراً در اثر نیروی جاذبه مولکولی مایع تشکیل می شود . وجود این لایه را توسط یک آزمایش ساده می توان نشان داد.

اگر سوزن کوچکی را با دقت بر روی سطح آب قرار دهیم سوزن در آب فرو نمی رود و این به خاطر همین لایه می باشد . تشکیل این لایه را می توان بر اساس انرژی سطحی با کار انجام شده در واحد سطح برای رساندن مولکولها به سطح تفسیر کرد. کشش سطحی با حروف یونانی  $\sigma$  (سیگما) ، نمایش داده می شود و برابر است نیروی منتقل شده از سطح سیال به ازای واحد و طول به صورت زیر بیان می گردد .

$$\sigma = \frac{F}{L} \text{ N/M} \quad \text{بعد آن } FL^{-1} \text{ , واحد}$$

که به بیان دیگر کشش سطحی را از انرژی سطحی مولکولهای مایع نیز می نامند . که در این حالت کشش سطحی برابر با انرژی سطحی یا کار انجام شده به ازای سطح واحد است دیمانسیون یا بعد کشش سطحی  $FL^{-1}$  واحد آن N/M یا lbf/ft است .

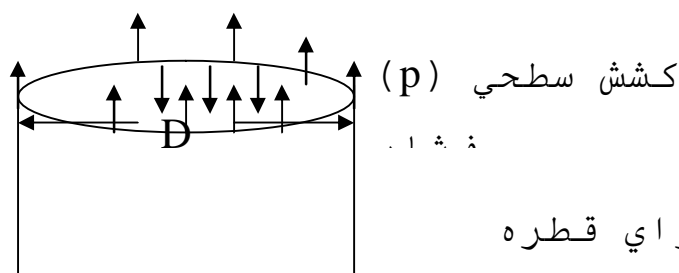
نکته : در نگاه کلی می توان کشش سطحی یک مایع ( $\sigma$ ) کاری است که بایستی انجام شود تا مولکولی از داخل مایع به سطح مایع آورده شود و یک سطح جدید از آن ایجاد شود .

$$P = \frac{2\sigma}{r} = \frac{4\sigma}{d} \quad \text{اثر کشش سطحی برای يك قطره}$$

$\sigma$ : کشش سطحی

D: قطر قطره

r: شعاع قطره , p: فشار داخل قطره (اختلاف فشار طرفین سطح قطره)



$$P = \frac{4\sigma}{r} = \frac{8\sigma}{d} \quad \text{برای قطره}$$

کشش سطحی روی نیمه  
یک قطره

مثال (3):

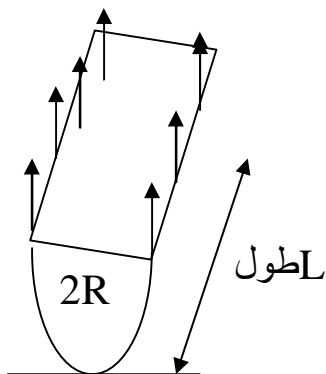
مطلوب است تغییر کشش سطحی یک حساب صابونی با قطر 50mm هنگامی که فشار داخل آن  $2/5 \text{ N/M}^2$  از فشار خارج حباب بیشتر باشد .

$$P = \frac{2\sigma}{r} = \frac{8\sigma}{D} \Rightarrow 2/5 \text{ N/m}^2 = \frac{8\sigma}{0/05\text{m}} \Rightarrow \sigma = \frac{(2/5 \text{ N/m}^2)(0/05)}{8} = /0159 \text{ N/m}^2$$

$$\text{کشش سطحی} = \sigma = /0156 \text{ N/m}$$

### مثال (5)

: مطلوب است محاسبه فشار در داخل استوانه ای به طول  $L$  و شعاع  $R$  از وزن مایع صرف نظر کنید .

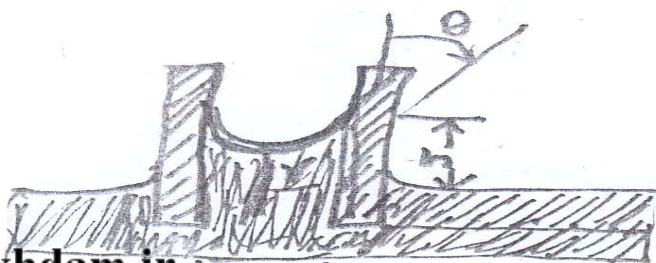


$$2RL \Delta P = 2\sigma L$$

$$\Delta P = \frac{\sigma}{R}$$

### موینگی

یکی از پدیده هایی که با کشش سطحی سروکار دارد صعود (یا نزولی) مایع در لوله موینگی است. لوله شیشه ای باریکی را به طور عمودی در داخل مایعی فرو می بریم . اگر چسبندگی مایع به جامد از پیوستگی درون مایع بیشتر شود . در این صورت سطح مایع در لوله بالاتر از سطح مایع خارج از لوله می شود و تشکیل یک سطح هلالی می دهد که به سمت بالا و به طرف جسم انحنا دارد . همانطور که در شکل روبرو می بینیم برای آب و شیشه نشان داده شده در این حالت می گوییم مایع سطح جامد را سر کرده است .





ارتفاع  $h$  را می توان با داشتن

کشش سطحی ( $\sigma$ )

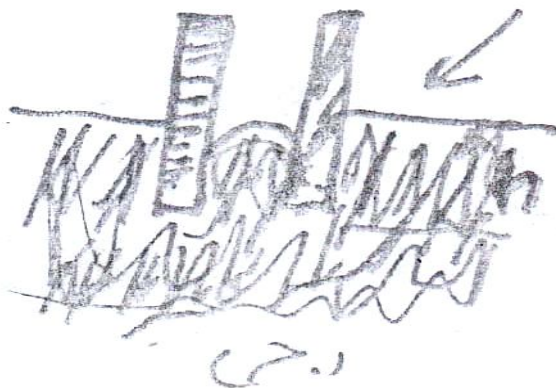
شعاع لوله ( $R$ )

وزن مخصوص ( $\gamma$ )

زاویه تماس ( $\theta$ )

در نمودار آزاد آب شکل روبرو مولفه عمودی نیروی کشش سطحی در سطح مشترک هلالی شکل لوله باید با وزن ستون به

ارتفاع  $h$  برابر باشد





$$\gamma \Pi R^2 h = 2 \Pi R \sigma \cos \theta$$

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\gamma R} \Rightarrow h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\gamma R} = \frac{2\sigma \cos \theta}{\gamma d}$$

$\theta > 90^\circ$  باشد مقدار  $h$  منفی می شود . یعنی مایع تر نمی شود .

$\theta < 90^\circ$  باشد مقدار  $h$  مثبت می شود . یعنی مایع تر کننده است

در شکل (ج) اگر نیروی چسبندگی به شیشه کمتر از پیوستگی درون سیال باشد در این صورت یک نواحی هلالی به وجود می آید که به نسبت پایین انحنا دارد . در این حالت گفته می شود مایع سطح جامد می باشد .

### مثال (6)

مطلوب است تعیین ارتفاع مویینگی در لوله ای شیشه ای با شعاع 3mm وقتی که الف) در آب  $20^\circ C$  با کشش سطحی 073N/m غوطه ور باشد ب) در جیوه  $20^\circ C$  با کشش سطحی 48w/m غوطه ور باشد .

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\gamma R}$$

الف) زاویه تماس در آب صفر است

$$h = \frac{2(073N/m)(\cos 0^\circ)}{(1000kg/m^3)(9/81 m/s^2)(0/003m)} = 05m$$

ب) زاویه تماس در جیوه  $130^\circ$  است .

$$h = \frac{2(48)(\cos 130^\circ)}{(13600)(9/81)(0/003)} = -0015m$$

علامت منفی نشان دهنده کاهش ارتفاع در لوله است .

### مثال (7)

در صورتی که ضریب کشش سطحی آب در هوا 0/07N/n باشد قطر لوله ای که برای نگاه داشتن ارتفاع مویینگی بین 1cm تا 95cm باشد . چقدر می باشد .

$$h = \frac{4\sigma}{\gamma d} = \frac{4 \times 07}{9/8 \times 10^3 \times D} = \frac{1}{100} = D = 2/86 \times 10^{-3} m \Rightarrow 2/86mm$$

### مثال (8)

لوله ای با سطح تمیز و قطر داخلی 3mm در مایعی با ضریب کشش سطحی 48N/m فرو برده شده است . زاویه برخورد مایع با شیشه 130 درجه فرض می گردد . جرم مخصوص مایع 3600kg/m است . رقوم مایع در لوله نسبت به سطح مایع در بیرون لوله چقدر است .

حل: مایع در لوله مویینگی صعود (یا سقوط) می کند که میزان صعود (یا سقوط) می شود.

$$h = \frac{2\sigma \cos \theta}{\gamma R}$$

$$R = \frac{3}{2} \text{ mm} = 1.5 \times 10^{-3} \text{ m}$$

$$\theta = 130^\circ$$

$$\gamma = \rho g = 13.6 \times 10^3 \text{ m} = -3.08 \text{ mm}$$

$$\sigma = 0.48 \text{ N/m}$$

$$h = \frac{2 \times 0.48 \times \cos 130^\circ}{(13.6 \times 10^3 \times 9.81) \times (1.5 \times 10^{-3})} = -3.08 \times 10^{-3} \text{ m} = -3.08 \text{ mm}$$

$$h = -3.08 \text{ mm} \Rightarrow \text{در حالت سقوط می باشد.}$$

### مثال (9)

اگر کشش سطحی در سطح مشترک صابون و هوا 0/088 N/m باشد فشار درون یک حباب صابون با قطر 3cm را محاسبه کنید .

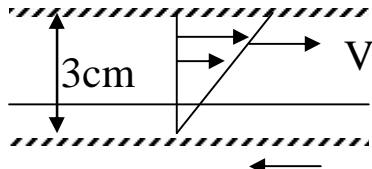
حل : در حباب صابون دو سطح مشترک وجود دارد .

$$\Delta P = \frac{4\sigma}{R} = \frac{4 \times 0.088}{(\frac{3}{2} \times 10^{-3})} \Rightarrow \Delta P = 23.47 \text{ N/m}^2$$

فشار مورد نظر درون یک حباب صابون

مثال (10)

فضای بین دو صفحه موازی با فاصله 3mm روغنی با لزوجت دینامیکی 0.2Pa.s پر شده . اگر صفحه بالایی با سرعت 1/5m/s حرکت کند تنش برشی وارده بر صفحه پایین چقدر است .



حل : چون فاصله بین صفحات خیلی کم است تغییرات سرعت را می توان خطی در نظر گرفت .

$$\tau : \frac{du}{d\gamma} = \frac{v}{h} = \frac{105}{3 \times 10^{-3}} = 500(s^{-1})$$

تنش برشی در صفحه پایینی برابر است با

$$\tau = \mu \frac{du}{dy} = 0.2 \times 500 = 100 N / m^2$$

مثال (11)

توزیع سرعت در جریان لزج روی یک صفحه با معادله  $U = 4\gamma - \gamma^2$  داده شده که در آن U بر حسب سرعت و واحد آن m/s است برای نقطه ای با فاصله y از صفحه است اگر ضریب لزجت دینامیکی برابر 1/5pa.s باشد مقدار تنش برشی را در  $y = 2m, y = 0$  تعیین نماید .

$$U = 4y - y^2$$

$$\frac{dU}{dy} = 4 - 2y \Rightarrow \tau = \mu \frac{du}{dy} = \mu(4 - 2\gamma)$$

الف ) در  $0 \leq U = 4 \times 1.5 = 6.0 \text{ pascals}$

ب) در  $y=2m$

فصل دوم

فشار و روش های اندازه گیری

فشار : «P»

فشار عبارتست از نیروی عمودی وارد بر سطح تقسیم بر مساحت آن. در یک نقطه فشار برابر است با حد نیروی عمودی وارد بر سطح هنگامی که سطح به سمت صفر میل می کند. در هر نقطه از یک سیال ساکن فشار در تمامی جهات یکسان می باشد. این بدان معنی است هنگامی یک جزء سطح  $\delta A$  در یک سیال ساکن قرار می گیرد بدون توجه به جهت قرار گیری آن نیروی ثابتی بر تمام سطوح وارد می شود و مقدار آن بستگی به موقعیت این جز در سیال دارد.

$$P = \frac{F(\text{وارد نیروی})}{A(\text{سطح})}$$

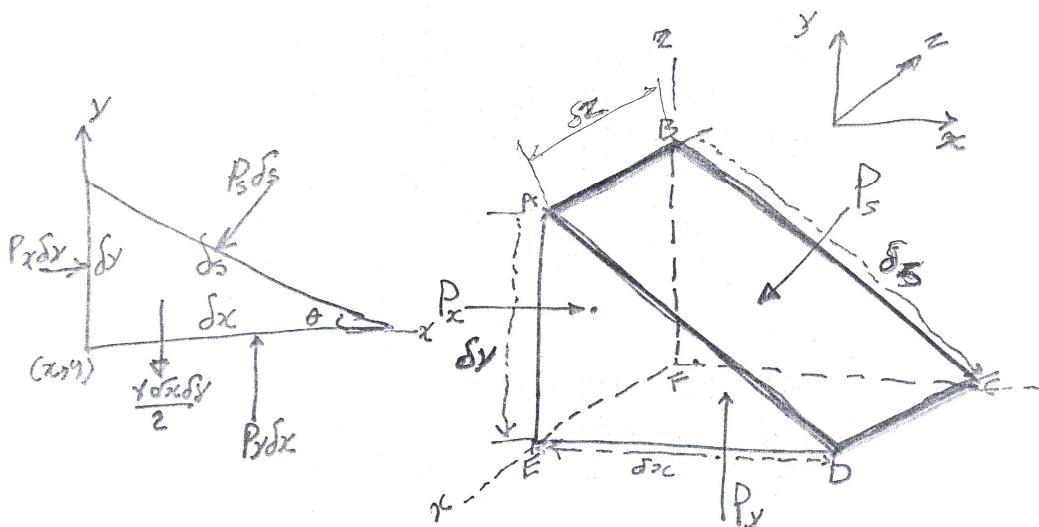
$$P = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta F}{\Delta A} = \frac{dF}{dA}$$

### فشار استاتیکی

الف) فشار استاتیکی به نام فشار هیدرواستاتیکی (Hydrostatic) هم خوانده می شود و بدین ترتیب که دیدیم می توان آن را به عنوان نیرویی که در هر نقطه در نظر گرفته شود. عمود است و دلیل این امر آن است که هنگامی که سیال به حالت تعادل است تنش های کششی یا برشی را نمی توان تحمل کند. بنابراین تنها برآیند عمودی نیروها موثر خواهد بود به عبارت دیگر فشار هیدرواستاتیک فقط به حالت عمودی بر سطح اثر می کند.

ب) فشار هیدرواستاتیک در هر نقطه در تمام جهات دارای مقدار مساوی است. به عبارت دیگر میزان فشار به امتداد سطحی از آن نقطه در نظر گرفته شده بستگی ندارد.

برای اثبات این مسئله حجمی از یک سیال را که به شکل یک چهار وجهی قائم الزاویه است در نظر گرفت.



با فرض اینکه هیچ نیروی برشی وجود نداشته تا زمانی که سیال در حال سکون قرار می گیرد. بر آیند نیروها در هر جهت برابر صفر است بنابراین

$$\sin \theta = \frac{\delta y}{\delta s}$$

$$\cos \theta = \frac{\delta x}{\delta s}$$

$$\text{نیرو در اثر فشار } P_x \text{ : در جهت محور } X = P_x * SABEF = P_x \delta y \delta z$$

$$\text{نیرو در اثر فشار } P_y \text{ : در جهت محور } Y = P_y * SCDEF = P_y \delta x \delta z$$

$$\text{نیرو در اثر فشار } P_s \text{ : جهت در محور } x = -(P_s * \delta ABCD) \sin \theta = -P_s \delta s \delta z \frac{\delta y}{\delta s} = -P_s \delta y \delta z$$

$$\text{نیرو در اثر فشار } P_s \text{ : جهت در محور } y = -(P_s * \delta ABCD) \cos \theta = -P_s \delta s \delta z \frac{\delta x}{\delta s} = -P_s \delta x \delta z$$

$$\text{الان وزن} = -\rho g \times \frac{1}{2} \delta x \delta y \delta z$$

$$\sum f_x = 0 \rightarrow P_x \delta y \delta z - P_s \delta y \delta z = 0 \Rightarrow P_x = P_s$$

$$\sum f_y = 0 \Rightarrow -\frac{1}{2} P_y \delta x \delta y \delta z + P_y \delta x \delta z - P_s \delta x \delta z = 0$$

$\delta y$  و  $\delta z$  به سمت صفر میل می کند (المان به عنوان نقطه در نظر گرفته شده است) بنابراین حاصل ضرب  $\delta x \delta y \delta z$  بسیار کوچک و قابل صرف نظر کردن است.

$$P_y = P_s$$

با مقایسه این دو معادله نتیجه می گیریم :

$$P_x = P_y = P_s$$

از معادله  $P_x = P_y = P_s$

نتیجه می گیریم چون  $P_s$  فشار وارد بر صفحه ای با زاویه ای با زاویه  $\theta$  و  $x$  و  $y$  محورهایی هستند که در جهت یک محور مشخص انتخاب نشده اند بنابراین نشان می دهد که فشارهای وارد بر یک نقطه در تمام جهات یکسان است. که این قانون

به قانون پاسکال برای سیالات در حال سکون معروف است (المان خیلی کوچک در اندازه یک نقطه در نظر گرفته)

شده است.

لذا با توجه به آن سیال ایده ال سیالی است که در آن لزجت صفر است یعنی سیال بدون اصطکاک بنابراین هر گونه حرکتی در سیال هیچگونه تنش برشی ایجاد نمی کند . در نتیجه در هر نقطه از سیال فشار در تمام جهات یکسان است .

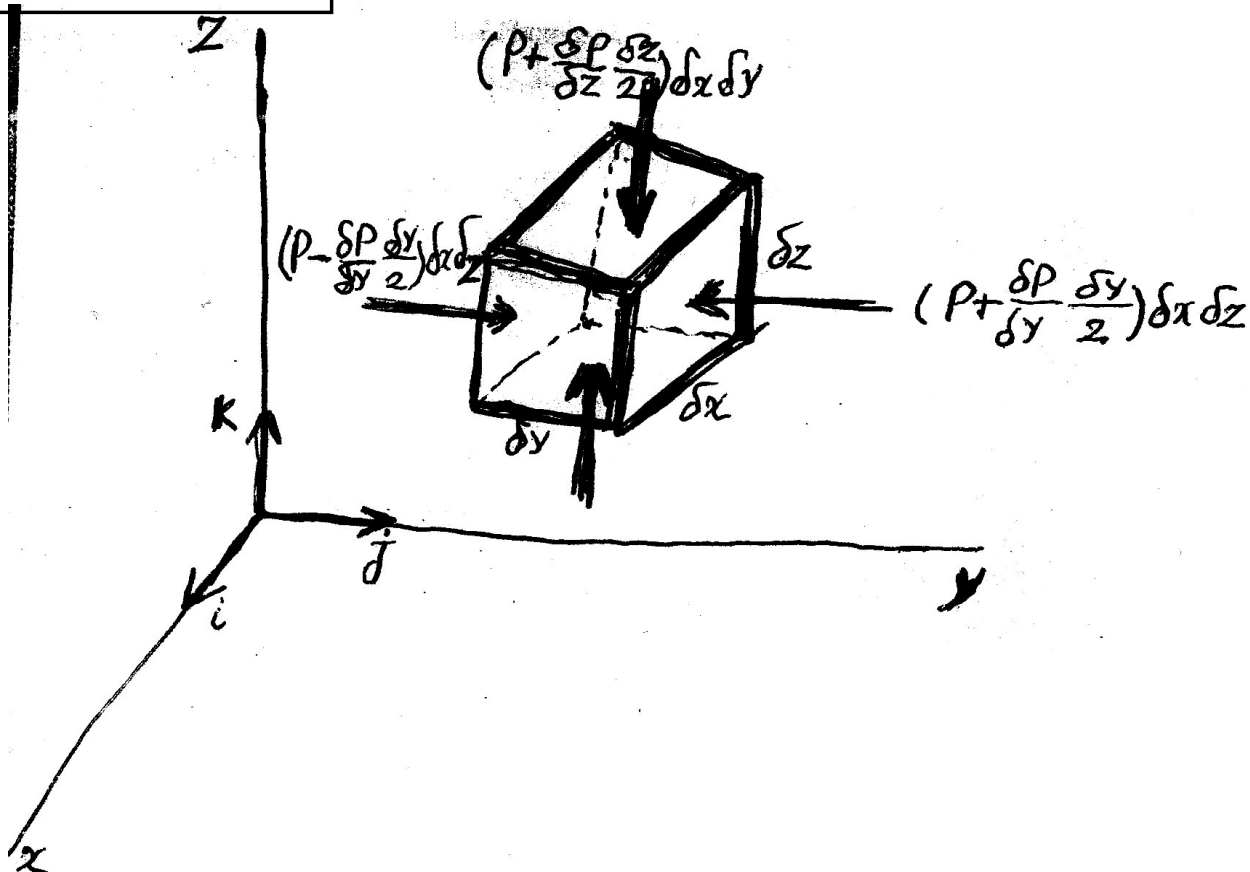
نکته : اگر لایه های سیال نسبت به هم حرکت داشته باشند تنش های برشی بوجود می آیند و بنابراین فشار در تمامی جهات مساوی نیست و به صورت معدل یا متوسط سه تنش فشاری عمود بر هم در یک نقطه تعریف و به صورت زیر بیان می گردد .

$$P = \frac{P_x + P_y + P_z}{3}$$

### معادله اساسی برای میدان فشار

در قبل دیدیم که چگونه فشار در یک نقطه با جهت تغییر می کند . سوال بعدی که ممکن است مطرح شود . این است که چگونه فشار در یک سیال از نقطه ای به نقطه دیگر تغییر می کند .

وقتی که تنش برشی وجود نداشته باشد برای جواب دادن به این سوال یک جز به جرم  $\delta m$  و ابعاد  $\delta x$  و  $\delta y$  و  $\delta z$  طبق شکل زیر در نظر میگیریم . جزء یا جزء سیال نسبت به دستگاه مختصات دکارتی ساکن نشان داده شده ساکن است .



در شکل بالا همانطور که مشخص گردیده نیروهایی که بر یک جزء از سیال ساکن وارد می شود شامل نیروهای سطحی (ناشی از فشار) و نیروهای وزنی یا حجمی (ناشی از جاذبه) است. در بعضی مواقع ممکن است نیروهای حجمی ناشی از میدانهای الکتریکی و یا مغناطیسی نیز داشته باشیم اما در این جا برای سادگی از آن صرف نظر شده است. اگر فشار در مرکز  $P$  فرض کنیم در این صورت در محاسبه فشار در شش وجه جزء می توان از نسبت تیلور استفاده کرد و با حذف جملات با مرتبه بالاتر. زیرا در حد حذف خواهند شد (وقتی  $\delta_x$  و  $\delta_y$  به سمت صفر میل کنند). طبق شکل صفحه قبل هر نیروی فشاری حاصل دو عبارت است. مقدار فشار در سطح وجه ضرب شده است. برای سادگی نیروی سطحی در جهت  $x$  نشان داده شده است. برآیند نیروهای سطحی که در جهت  $y$  وارد می شود. عبارتست از

$$\delta F_y = (P - \frac{\sigma P}{\sigma_y} \frac{\sigma_y}{3}) \sigma_x \sigma_z - (P + \frac{\delta P}{\delta y} \frac{\delta y}{2}) \delta_x \delta_z$$

$$\delta F_y = -\frac{\delta P}{\delta y} \delta_x \delta_y \delta_z$$

و به همین ترتیب در جهت  $x$  و  $z$  برآیند نیروهای سطحی عبارتند از :

$$\delta F_x = -\frac{\delta P}{\delta y} \delta_x \delta_y \delta_z$$

$$\delta F_z = \frac{\delta P}{\delta z} \delta_x \delta_y \delta_z$$

پس برآیند نیروهای سطحی (فشار) وارده به جزء را می توان به صورت برداری زیر نشان داد

معادله (1)

$$\Delta F_s = \delta F_{xi} + \delta F_{yj} + \delta F_{zk}$$

$$\delta F_s = -\left(\frac{\delta P}{\delta x} i + \frac{\delta P}{\delta y} j + \frac{\delta P}{\delta z} k\right) \delta_x \delta_y \delta_z$$

که  $i$  و  $j$  و  $k$  بردارهای مساوی واحد در امتداد محور مختصات هستند .

در ادامه به عبارت داخل پرانتز گرادیان فشار گفته می شود و آن را با  $\nabla P$  نمایش می دهند .

$$\text{grad}P = \nabla P = \frac{\delta P}{\delta x} i + \frac{\delta P}{\delta y} j + \frac{\delta P}{\delta z} k$$

که از این معادله نتیجه می گیریم به صورت زیر :

$$\nabla() = \frac{\delta()}{\delta x} i + \frac{\delta()}{\delta y} j + \frac{\delta()}{\delta z} k$$

که گرادیان را می توان اپراتور برداری در نظر گرفت در این صورت از میدان اسکالر گرادیان بگیریم . میدان برداری به دست

می آید . لذا با استفاده از اپراتور گرادیان معادله (1) بالا به صورت زیر نوشته می شود .

$$\text{grad}P = \nabla P = \frac{-\delta F_s}{\delta_x \delta_y \delta_z} \quad (2)$$

از معادله 2 نتیجه می گیریم گرادیان فشار برابر منفی نیروی سطحی ناشی از فشار بر واحد حجم است باید توجه کنیم که

در محاسبه نیروی فشاری برآیند مقدار فشار بر محاسبه اهمیت ندارد . و فقط تغییرات فشار نسبت به فاصله یعنی گرادیان

به هم است و گرادیان فشار در مکانیک سیالات اهمیت فراوان دارد .

نیروی وزنی (جاذبه)  $\delta FW$  در جزء سیال برابر است

$$\delta \vec{FW} = \vec{g} P \delta V$$



در این رابطه  $\vec{g}$  بردار گرانی محلی موضعی و  $\rho$  جرم مخصوص و  $\delta V$  حجم جزء سیال است. که در مختصات دکارتی به صورت  $\delta V = \delta_x \delta_y \delta_z$  بیان می شود.

$$\delta \vec{F}_w = \rho \vec{q} \delta x \delta y \delta z$$

قانون دوم نیوتن در یک جزء سیال به صورت زیر بیان می گردد:

$$\Sigma \Delta F = \delta m . a$$

که  $\Sigma \delta f$  نیروی محل وارد به جزء سیال و  $a$  شتاب جزء سیال  $\delta m$  و جرم جزء سیال است که می توان آن را به صورت  $\delta_x \delta_y \delta_z$  نوشت بنابراین:

$$\Sigma \delta f = \delta F_x + \delta F_w = \delta m a$$

یا

$$= -\nabla P \delta x \delta y \delta z + \rho \vec{g} \delta x \delta y \delta z = \rho \delta x \delta y \delta z = \rho \delta x \delta y \delta z$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$-\nabla P + \rho \vec{g} = \rho a$$

این معادله محلی حرکت در سیالی است که در آن تنش برشی وجود ندارد. حال اگر تنش های وارده لزج باشند. عموماً نیروی سطحی مربوط به گرادیان را نیز می توان نوشت. در یک سیال تراکم ناپذیر [یعنی سیالی با جرم مخصوص ثابت] با لزجت ثابت نیروی خالص مربوط به لزجت (در واحد حجم) چنین است

$$F_v = \mu \left( \frac{\delta^2 v}{\delta x^2} i + \frac{\delta^2 v}{\delta y^2} j + \frac{\delta^2 v}{\delta z^2} k \right) = \mu \nabla^2 V$$

بردار حاصل از سه نیروی فشار (سطحی) جاذبه (وزنی) و تنش لزجت باید جزء را در تعادل و سکون نگهدارد. یا آن را شتاب  $a$  به حرکت در آورد. بنابراین با توجه به قانون دوم نیوتن خواهیم داشت

نیروی لزجت + نیروی جاذبه + نیروی فشاری  $\Sigma F$

$$\rho a = -\nabla P + \rho \vec{q} + \mu \nabla^2 V \quad \text{رابطه (3)}$$

از رابطه بالا نتیجه می گیریم که نیروها در معادله فوق در واحد حجم جزء سیال است

تغییرات فشار در سیال ساکن :

اگر سیال در حال سکون یا با سرعت ثابت جاری باشد  $a=0$  و  $\nabla^2 V = 0$  پس معادله (3) به صورت زیر برای توزیع فشار تبدیل می گردد.

$$-\nabla P + \rho \vec{q} = 0$$

که این توزیع هیدرواستاتیک است که برای تمام سیالات ساکن صادق است .

رابطه (4)

$$-\nabla P + \rho \vec{q} = 0$$

$$\frac{\delta P}{\delta x} = 0 \quad \frac{\delta P}{\delta y} = 0 \quad \frac{\delta P}{\delta z} = -\rho q$$

دو معادله بالا (اولی و دومی) مستقل بودن فشار از  $x$  و  $y$  است بنابراین در صفحه افقی (هر صفحه ای موازی با صفحه  $xy$ ) فشار از نقطه ای به نقطه دیگر تغییر نمی کند چون  $\rho$  فقط تابعی از یک متغیر است (بنابراین رابطه بالا به صورت

$$\frac{dp}{dz} = -\rho q \quad \text{رابطه (5)}$$

این معادله رابطه اساسی فشار - ارتفاع را در سیال ساکن نشان می دهد. بنابراین برای تغییر توزیع فشار در سیال ساکن بایستی از رابطه (5) انتگرال بگیریم و شرایط مرزی مناسبی را اعمال کنیم .

پس

$$\int_{p_1}^{p_2} dp = -\rho q \int_{z_1}^{z_2} dz$$

$$P_2 - P_1 = -\rho g (z_2 - z_1)$$

$$P_1 - P_2 = \rho g (z_2 - z_1)$$

اگر  $P_1$  و  $P_2$  فشارها در ارتفاع های عمودی  $Z_1$  و  $Z_2$  هستند. باتوجه  $\rho g = \gamma$

$$P_1 - P_2 = \gamma (z_2 - z_1)$$

$$P_1 - P_2 = \gamma h$$

$$P_1 = \gamma h + P_2$$

که  $h$  اختلاف  $Z_2 - Z_1$  است (عمق سیال به طرف پایین از محل فشار  $P_2$ ) این نوع توزیع فشار هیدرواستاتیکی نامیده می شود

:

$$P = \gamma h + P_0$$

در مایعات فشار

$$P_0 = P_2$$

پس از روابط بالا می توان نتیجه نهایی را به صورت زیر بیان کرد (قانون توزیع هیدرواستاتیک تغییرات فشار)

$$P = \gamma h$$

$P$ : افزایش فشار از سطح آزاد سیال است .

$h$ : ارتفاع به طور عمودی از سطح آزاد سیال به سمت پایین ( $h = -y$ ) زومتریکی: مجموعه هد فشار و ارتفاع از سطح مبنا ( $z$ )

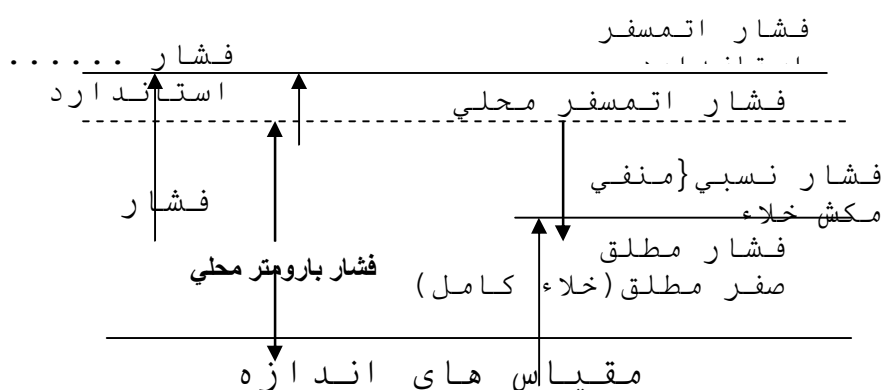
$$\text{گویند.} \quad h + z = P/\gamma \quad \text{و} \quad \left| h = \frac{P}{\gamma} \right|$$

### سطح آزاد

سطح مشترک یک مایع و یک گاز و یا سطح مشترک دو مایع غیر محلول در یکدیگر

### مقیاس های اندازه گیری فشار

انواع فشار را می توان به صورت زیر طبق شکل بیان نمود .



### فشار صفر مطلق :

پایین ترین فشار ممکن که در آن صفر مطلق به عنوان مبنا است در این فشار خلاء کامل وجود دارد .

فشار اتمسفر محلی :

همان فشار اطراف ما می باشد و این فشار نسبت به خلاء اندازه گیری می شود .

فشار اتمسفر استاندارد

فشار اتمسفر در سطح دریا را گویند . فشار اتمسفر به مقدار کم با تغییر شرایط آب و هوایی تغییر می کند و با افزایش ارتفاع ، فشار اتمسفر کاهش می یابد (طبق سیالات تراکم پذیر)

فشار نسبی (فشار درجه یا گیج)

هنگامی که فشار بر حسب اختلاف آن با فشار اتمسفر محلی بیان شود آن را فشار نسبی گویند .

فشار مطلق

هنگامی که فشار بر حسب اختلاف آن با خلاء کامل بیان شود آن را فشار مطلق گویند.

فشار درجه + فشار اتمسفر محلی = فشار مطلق

**فشار منفی (مکش یا خلاء) :** در صورتی که فشار در زیر فشار اتمسفر محلی باشد آن را فشار منفی (مکش یا خلاء) گویند .

هد. فشار  $h = \frac{P}{\gamma}$  : ارتفاع ستون سیال همگنی که مقدار فشار داده را ایجاد می کند .

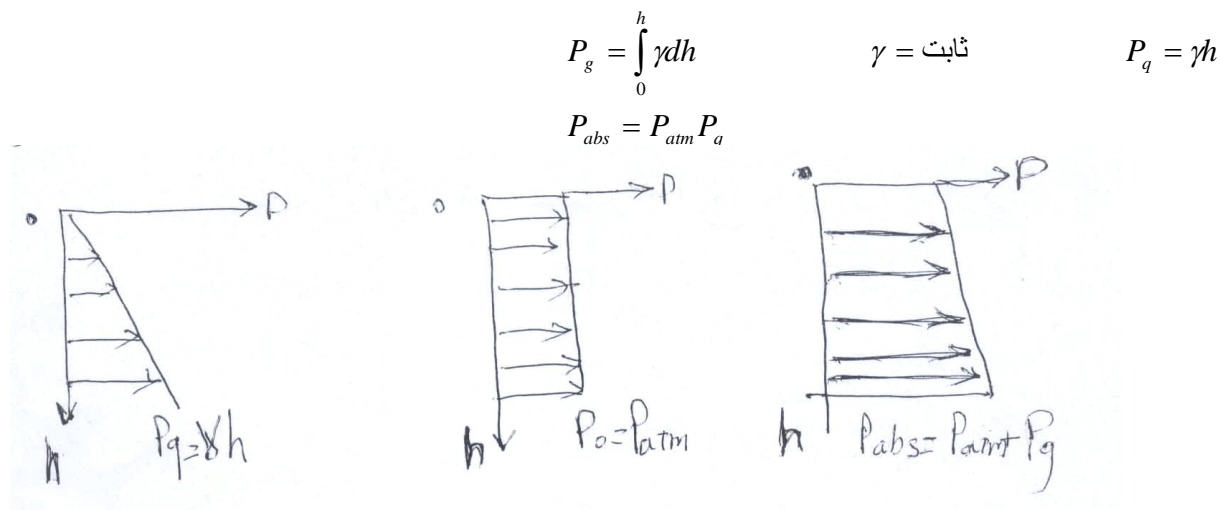
فشار پی مقدار فشار را می توان نسبت به هر مبنای دلخواهی بیان کرد اما معمولاً با نسبت به صفر مطلق بیان می شود . یا آن را نسبت به هوای محیط (فشار اتمسفر محلی) می سنجند .

اگر فشار به صفر مطلق سنجیده شود به آن فشار مطلق گفته می شود . و آن را با  $P_{abs}$  نشان می دهند .

حال اگر فشار نسبت به فشار اتمسفر محلی ( $P_{atm}$ ) فشار نسبی نامیده میشود .

از آنجایی که وسایل اندازه گیری فشار (گیج) معمولاً فشار نسبی را نشان می دهند. بنابراین فشار نسبی ، فشار عقربه ای و یا فشار گیج نامیده می شود و آن را با  $P_g$  نمایش می دهند .

با این توضیحات چنانچه در روابط بالا  $P_0 = P_{atm}$  باشد در آن صورت :  $P_g = P - P_0$  فشار نسبی خواهد بود و می توان در یک جمع بندی محلی نوشت .



نمودار های شکل صفحه بالا مفهوم فشار نسبی و فشار مطلق را نشان می دهد .

### نکته :

- (1) اغلب در کارهای مهندسی از فشار نسبی استفاده می شود . و فشار مایعات بیانگر فشار نسبی ( $P_{atm}$ ) می باشد .
- (2) واحدهای متداول در اندازه گیری فشار عبارتند از پاسکال ( $P_a = N/m^2$ ) و پی اس ای ( $P_{si} = lb/in^2$ ) و اتمسفر ( $atm$ ) که به شرح ذیل قابل تبدیل به یکدیگرند .

مثال :

$$1atm \xrightarrow{\times 101325} Pa \xrightarrow{\times 1/45 \times 10^{-4}} Psi$$

$$1atm = 10325 \times 1/45 \times 10^{-4} = 14/7 Psi$$

رابطه بالا مثالی بود که  $atm$  را به  $Psi$  تبدیل نمودیم .

- (3) فشار را می توان بر حسب ارتفاع ستون مایع بیان کرد که معادل نیروی وارد بر واحد سطح در کف ستون مایع است . بر اساس میلی متر جیوه به عنوان یکی از واحدهای اندازه گیری فشار مطرح می گردد .

$$P = SH_q \gamma Wh$$

$SH_q$  : چگالی نسبی جیوه

در این رابطه فشار بر حسب پاسکال  $\gamma W$  وزن مخصوص آن بر حسب  $KN/m^2$  ،  $h$  فشار بر حسب میلی متر جیوه است .

- (4) فشار اتمسفر ( $P_{atm}$ ) به دو صورت مورد توجه است .

1- فشار اتمسفر محلی که با شرایط محیط تغییر می کند و از محلی به محل دیگر متفاوت است .

2- فشار اتمسفر استاندارد که بیانگر فشار متوسط در سطح آزاد دریاهاست و مقدار آن ثابت بوده و برابر است با

$$\text{استاندارد } P_{atm} = 1_{atm} = 10325 Pa = 141/7 P_{si} = 740 mmHg$$

(5) هرگاه فشار کمتر از فشار اتمسفر باشد و یا به عبارت دیگر فشار نسبی منفی باشد آن را فشار خلاء نسبی و یا مکش می نامند .

### مسئله :

فشار عقربه ای گیج و فشار مطلق در نقطه ای به عمق 2 متر از سطح آزاد مایعی با چگالی نسبی 1/5 را تعیین کنند.

(فشار اتمسفر محلی 500 میلی متر جیوه است )

(چگالی نسبی جیوه 13/6 و  $g=10m/s^2$ ) می باشد .

$$P_{atm} = SHq\gamma wh$$

$$P_{atm} = 13/6\gamma wh \Rightarrow P_{atm} = 13/6 \times 10 \times 500 = 6800 Pa$$

$$(فشار \text{ نسب}) P_{atm} = 68000 Pa$$

$$(فشار عقربه ای) = P_g = \gamma h = 1/5 \times 10000 = 30000 Pa$$

فشار نسبی (محلی) فشار گیج

$$P_{abs} = P_{atm} + P_g = 68000 + 30000 \Rightarrow P_{abs} = 98000$$

→ فشار مطلق

↓  
فشار مطلق

### مسئله (2)

فشار نسبی یک دستگاه 10KPa خلاء اندازه گیری شده و فشار اتمسفر محلی برابر 600 میلی متر جیوه می باشد. فشار

مطلق این دستگاه بر حسب کیلو پاسکال چقدر است .

### نکته :

$$P_q = -10 \text{ KP}$$

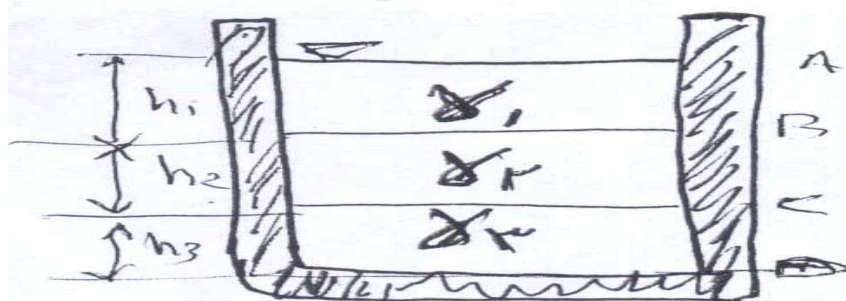
$$P_{atm} = 13/6 \gamma w h = 13/6 \times 10 \times 600 = 81600 \text{ Pa} = 81/6 \text{ KP}$$

$$P_{abs} = P_{atm} + P_q = 81/6 - 10 = 71/6 \text{ KPa}$$

$$P_{abs} = 71/6 \text{ KPa}$$

نکته :

فصل مشترک دو یا چند مایع مخلوط نشدنی که دارای وزن مخصوص متفاوتی هستند سطوح افقی می باشند در اختلاط این گونه مایعات مایع سنگین تر در پایین و مایع سبک تر در بالا قرار می گیرد و فشار نسبی مختلف را می توان به صورت زیر محاسبه کرد .



$$P_A = P_{atm} = 0 \quad \text{فشار در نقطه A}$$

$$P_B = \gamma_1 h_1 \quad \text{فشار در نقطه B}$$

$$P_C = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 \quad \text{فشار در نقطه C}$$

$$P_D = \gamma_1 h_1 + \gamma_2 h_2 + \gamma_3 h_3 \quad \text{فشار در نقطه D}$$

## وسایل اندازه گیری فشار

### فشار سنج خوردن :

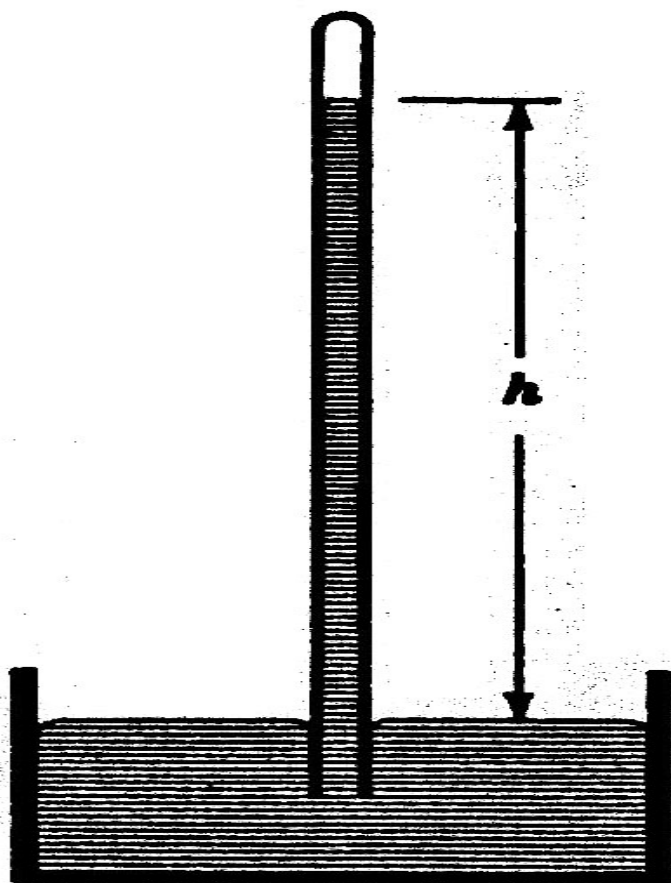
فشار سنج خوردن فشار نسبی را اندازه گیری می کند . این فشار سنج فشار را نسبت به فشار محیط اطراف (فشار محلی) اندازه گیری می کند .

### بارومتر جیوه ای :

$$h_A = h_V + R$$

فشار اتمسفر محلی را اندازه گیری می کند و داریم

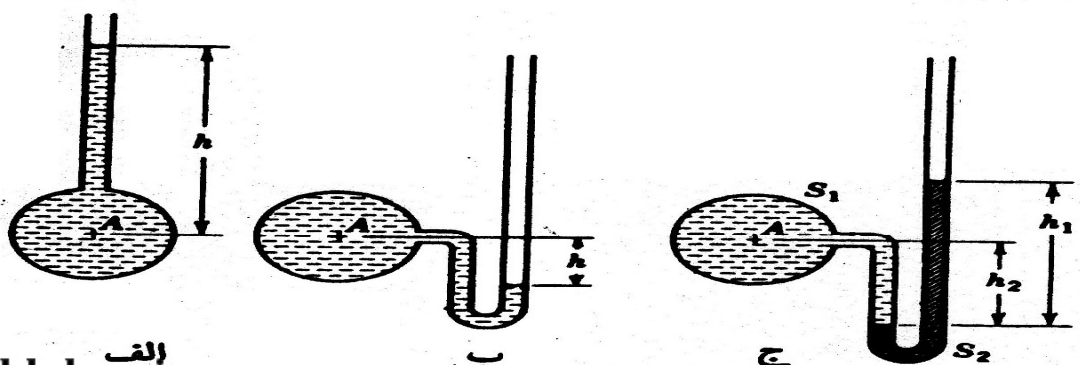
$H_V$  (فشار بخار جیوه) تابعی از درجه حرارت است ولی در دمای اتمسفر مقدار این وابستگی بسیار کم است .



شکل ۲-۳ بارومتر جیوه‌ای

مانومتر:

در این گونه وسایل اندازه گیری فشار ، از ستون مایع برای تعیین اختلاف فشار استفاده می شود .انواع آن به شرح زیر است :





مانومتر ساده (پیزومتر):

هنگامی که فشار نسبی سیال از صفر بیشتر باشد از مانومتر شکل (الف-4-2) استفاده می شود. ارتفاعی که سیال از سطح مخزن بالا می آید ( $h$ ) فشار موجود را بیان می کند. این وسیله نمی تواند فشار منفی را اندازه گیری کند چون هوا از طریق لوله وارد مخزن می شود. همچنین برای فشارهای زیاد نمی توان از آن استفاده کرد چون در این صورت احتیاج به لوله بسیار بلندی خواهد بود تا سیال بتواند در داخل آن بالا رود. در صورتی که چگالی نسبی سیال  $S$  باشد، فشار مخزن  $A$  مساوی با  $hS$  برابر واحد طول آب خواهد بود. برای فشارهای نسبی مثبت و منفی ناچیز در یک سیال از مانومتر شکل (ب-4-2) استفاده می شود. در صورتی که سطح آزاد سیال پایین تر از مخزن  $A$  باشد بنابراین فشار مخزن  $A$  مساوی با  $hS$  - برابر واحد طول آب خواهد بود. برای فشارهای نسبی مثبت و منفی پایین تر از مخزن  $A$  باشد بنابراین فشار مخزن  $A$  مساوی با  $hS$  - برابر واحد طول آب خواهد بود. ناچیز در یک سیال از مانومتر شکل (ب-4-2) استفاده می شود. در صورتی که سطح آزاد سیال زیاد در یک سیال از مانومتر شکل (ج-4-2) استفاده می شود. در این نوع مانومتر از سیالات با چگالی بالا مثل جیوه استفاده می شود. در صورتی که چگالی در مخزن  $A$  برابر  $S_1$  و چگالی سیال داخل مانومتر  $S_2$  باشد بنابراین فشار در نقطه  $A$  برابر است با:

$$H_A + h_2 S_1 = 0$$

$h_A$  بر حسب واحد طول آب خواهد بود.

به طور کلی در مانومترهای دارای سیالات با چگالی مختلف روش تعیین فشار چنین است:

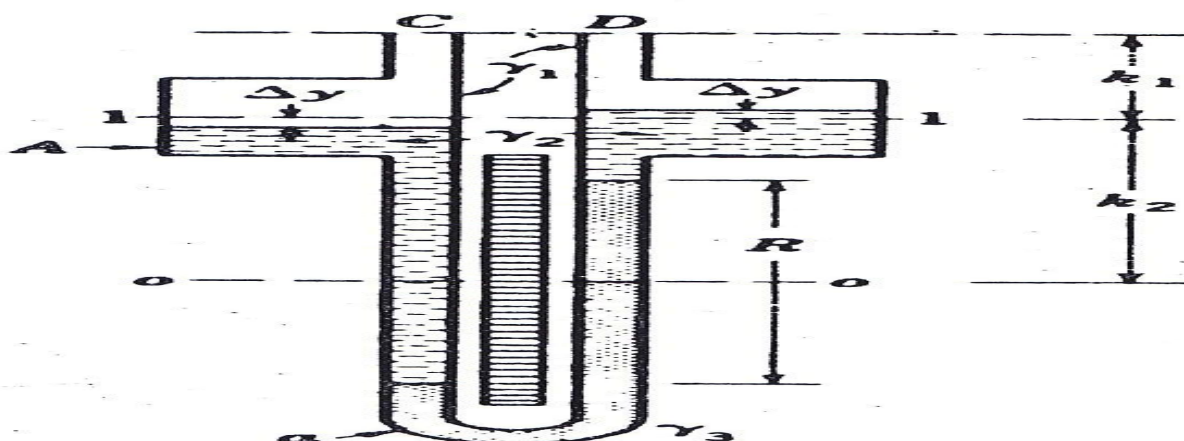
1- از یک انتهای لوله شروع می کنیم و از هر سطح سیال به سطح سیال دیگر پیش می رویم. اگر فشار معلوم باشد بر حسب یک واحد مشخص می نویسیم و اگر فشار معلوم نباشد با علامت مناسبی می نویسیم.

2- هنگامی که به سمت پایین حرکت می کنیم فشارها را به هم اضافه می کنیم و هنگامی که به سمت بالا حرکت می کنیم فشارها را از هم کم می کنیم و این عمل را تا سر دیگر ادامه می دهیم و حاصل را برابر با فشار در آخرین نقطه قرار می دهیم .

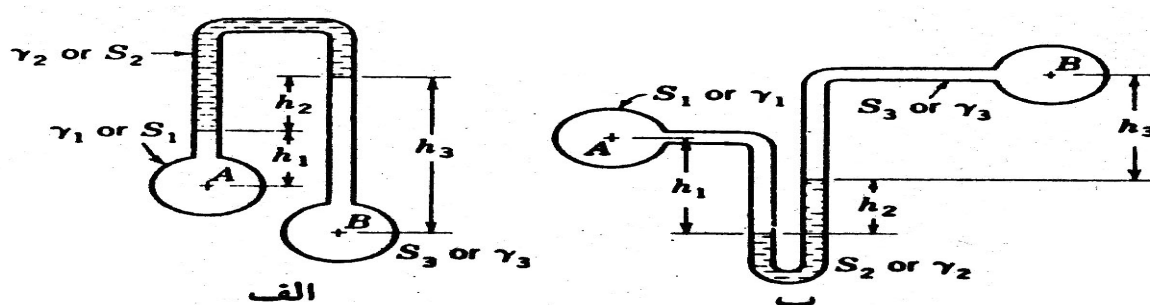
### مانومتر دیفرانسیلی (مانومتر تفاضلی):

برای اندازه گیری فشار بین دو مخزن یا دو نقطه از مانومتر دیفرانسیلی شکل (2-5) استفاده می کنیم و زمانی به کار می رود که نتوانیم فشار واقعی در هر نقطه از سیستم را محاسبه کنیم .

برای شکل (الف):  $H_A - h_1 S_1 - h_2 S_2 + h_3 S_3 = h_B$



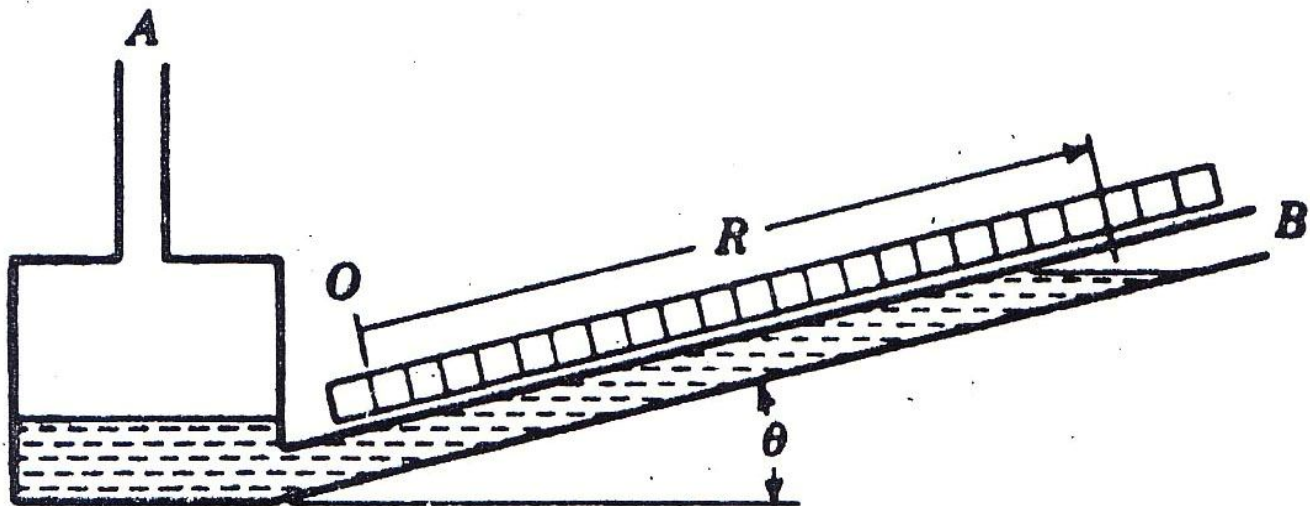
برای شکل (ب):  $H_A + h_1 S_1 - h_2 S_2 = h_B$



شکل ۲-۵ انواع مانومتر دیفرانسیلی

میکرومانومتر:

برای تعیین اختلاف فشار های بسیار کم و یا تعیین دقیق اختلاف فشارهای بالا به کار می رود . با مساوی قرار دادن حجم های جابجا شده سیالهای 1 و 2 :



شکل ۷-۲ مانومتر شیبدار

$$A \Delta y = \frac{R}{2} \cdot a \Rightarrow P_c - P_D = R \left[ \gamma_3 - \gamma_2 \left( 1 - \frac{a}{A} \right) - \gamma_1 \frac{a}{A} \right]$$

a : سطح مقطع لوله باریک

A : سطح مقطع پهن شده

$\gamma_1, \gamma_2, \gamma_3$  : وزن مخصوص سیالات

مقدار داخل کروشه ، برای سیالات و فشار سنجهای ویژه ثابت است ، بنابراین اختلاف فشار تناسب مستقیم با R دارد .

مانومتر شیب دار (مایل) :

برای اندازه گیری فشارهای کم و بیشتر برای گازها به کار می رود . چون لوله شیبدار نسبت به لوله قائم طول بیشتری دارد ، بنابراین برای یک اختلاف فشار معین تغییر مکان سطح آزاد سیال بیشتر است و در هنگام قرائت جهت اندازه گیری ، دقت بیشتری وجود خواهد داشت .

## فصل سوم

### مقدمه ای بر استاتیک سیالات

استاتیک سیالات شاخه ای از مکانیک سیالات است که سیال را در حالت سکون بررسی می کند . در حالت استاتیک ، در سیالات نیروی برشی وجود ندارد و کلیه نیروهای مربوط به فشار وارد بر سیال عمود بر سطحی می باشد که بر آن اثر می کند و اگر حرکتی هم وجود داشته باشد حرکت سیال در محل بوده و هیچگونه حرکت نسبی بین لایه ها وجود نداشته و

کلیه نقاط نسبت به یکدیگر در حال سکون می باشد. تا زمانی که سیال در حالت سکون باشد این سیال در حالت تعادل بوده و در نتیجه جمع برداری نیروهای وارد بر سیال نیز برابر صفر و در نتیجه ممتنع (اندازه حرکت) وارده نیز صفر خواهد بود. همانگونه که در فصل اول بیان شد سیال در حال سکون در اثر تنش برشی تغییر شکل نمی دهد در نتیجه در درون سیال کلیه فشارها در حالت غیر فعال بوده و سیال تحت تأثیر فشار ناشی از ستون سیال می باشد. در حالت استاتیک چون هیچ لایه ای از سیال نسبت به لایه مجاورش حرکتی ندارد. بنابراین هیچ گونه نیروی برشی وجود نداشته و در نتیجه در مطالعه استاتیک سیالات بر روی سطوح تمام اجساد آزاد فقط نیروهای عمودی در نظر گرفته می شود. در حالت استاتیک هنگامی که کلیه ذرات یک سیال نسبت به یک دستگاه مختصات اینرسیال ساکن بوده و یا همگن دارای سرعت ثابت یکسانی باشد گویند سیال در تعادل استاتیکی است. یا به بیان دیگر اگر تمام ذرات یک سیال ساکن باری حرکت باشند یا نسبت به یک دستگاه مختصات لخت به طور همسان سرعت ثابت داشته باشد آن سیال را سیال استاتیک در نظر می گیرند.

### نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح تخت افقی.

#### مقدمه:

همانطور که در ابتدای فصل قبل بیان نمودیم فشار هیدرواستاتیک از سیال بر هر سطحی که در آن نقطه در نظر گرفته شود عمود است و دلیل این امر این است که هنگامی که سیال با حالت تعادل است تنش های کششی یا برشی را میتوان تحمل کند. بنابراین تنها برآیند عمودی نیروهای موثر خواهد بود به عبارت دیگر فشار هیدرواستاتیک فقط به حالت عمودی بر سطح اثر می کند و در برآیند عمودی نیروها موثر خواهد بود به عبارت دیگر فشار هیدرواستاتیک فقط به حالت عمودی بر سطح اثر می کند و برآیند محلی نیروهای وارده از طرف نیروهای عمودی به سطح سیال وارد می شوند و در این حالت نیروی فشار برآیند را نیروی هیدرواستاتیک می نامند. در این جا محاسبه نیروی هیدرواستاتیک در سطوح تخت افقی، مایل و قائم و سطوح منحنی و سطوح بستر را شرح می دهیم و سپس پایداری اجسام محوطه و شناور را بررسی خواهیم کرد.

### محاسبه نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح تخت افقی:

یک سطح تخت را در نظر بگیرید که به طور افقی در یک سیال ساکن است و قرار گرفته این صفحه به علت هم تراز بودن علیه نقاطش در معرض فشار ثابتی خواهد بود. بنابراین اگر فشار سیال در تراز صفحه مذکور برابر  $P$  باشد در این صورت به هر المان سطح از صفحه جزء نیروی  $PdA$  وارد می شود این جزء نیروها همگی موازی و هم جهت می باشند به طوری که

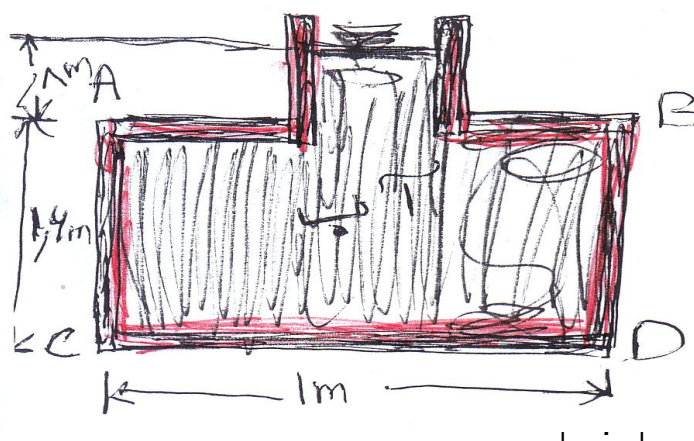
می توان با استفاده از روش انتگرال گیری مقدار نیروی برآیند را به دست آورد . لذا نیروی وارد در یک طرف صفحه برابر است با

$$F = \int P dA = P \int dA \Rightarrow F = P.A$$

این نیروی برآیند در راستای عمود بر صفحه از مرکز تا سطح آن می گذرد (نقطه اثر نیروی برآیند مرکز سطح ، صفحه افقی است) و در صورت مثبت بودن  $P$  جهتی رو به داخل صفحه خواهد ..... .

### مثال (1)

مقطع ظرفی که در شکل نشان داده شده است . دایره ای می باشد مقدار نیروی رو به بالا وارد بر سطح  $CD$  را تعیین کنید .  
حل:



محاسبه نیروی وارد بر سطح  $AB$

$$KP_a - 0/6^2) \Rightarrow F_{AB} = 3/84 KN$$

و ی مقدار نیروی رو به  
ه ا د ب سطح  $AB$

محاسبه نیروی وارد بر سطح  $CD$

$$P_{CD} = \gamma h = 10 \times 2/4 = 24 KP$$

$$F_{CD} = P.A = 24 \times \left( \frac{\pi \times (1)^2}{4} \right) \Rightarrow F_{CD} = 18 KN$$

نیروی قائم رو به  
پایین بر سطح  $CD$

محاسبه نیروهای وارد بر سطح تحت مایل و قائم

در محاسبه نیروی وارد بر سطوح تخت افقی به جای سیستم توزیع نیرو بر روی صفحه افقی از یک نیروی برآیند استفاده کردیم. در این حالت مشاهده شد که نیروی مذکور به علت وجود تنش برشی (ناشی از سکون سیال) و نیز تخت بودن سطح عمود بر آن بوده و نقطه اثرش که مرکز فشار نامیده می شود بر روی مرکز سطح صفحه قرار دارد حال اگر موقعیت صفحه مذکور به حالت مایل یا قائم تغییر کند واضح است که راستا و جهت نیروی برآیند همچنان عمود بر صفحه خواهد بود ولی به علت تغییر عمق سیال در امتداد صفحه و تناسب خطی آن با توزیع فشار قطعاً محاسبه نیروی برآیند متفاوت با وضعیت افقی خواهد بود. در ضمن در این بخش قصد داریم چون مرکز فشار بر مرکز سطح منطبق نمی شود و بایستی موقعیت آن را دقیقاً مشخص نمود لذا با روشهای محاسبه نیروی برآیند در سطح تخت و مایل و قائم محل دقیق مرکز فشار را نیز بدست آوریم که این روش ها شامل روش انتگرال گیری، روش استفاده از فرمول و روش منشور فشار می نامند.

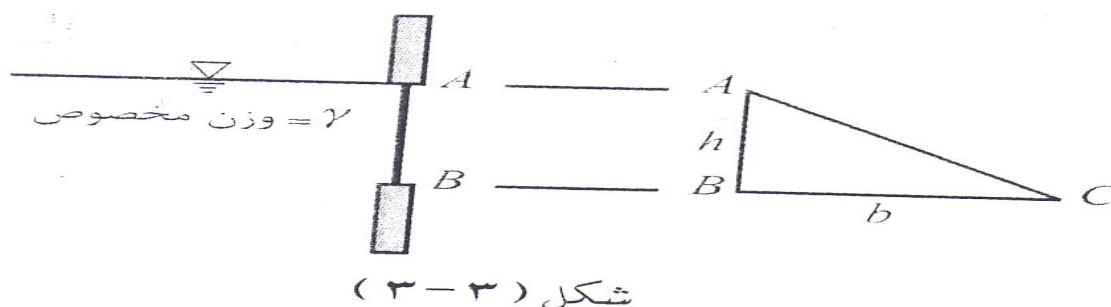
### -1-3- روش انتگرال گیری

طبق آنچه قبلاً بدان اشاره شد، این روش همان طریقه کلی در تعیین نیروی برآیند است که با انتخاب المان سطح ( $dA$ ) و نیروی وارد بر آن ( $p dA$ )، منجر به رابطه (2-6) و محاسبه انتگرال  $\int P dA$  گردید. محاسبه گشتاور نیروهای وارد بر صفحه حول هر محور دلخواه نیز بر همین اساس (المان گیری) مشخص می شود، به طوری که می توان گشتاور نیروهای وارد بر صفحه حول محورهای مختصات  $X$  و  $y$  را به صورت زیر تعیین کرد:

$$M_x = \int y P dA, M_y = \int x P dA \quad (2-3)$$

برای تعیین مختصات مرکز فشار نیز، باید گشتاور نیروی برآیند حول محور  $y$  ها و محور  $x$  ها یعنی  $X_p F$  و  $y_p F$  را با گشتاور توزیع نیرو حول همان محورها برابر قرار دهیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} X_p F = M_y \\ y_p F = M_x \end{array} \right\} \Rightarrow x_p = \frac{M_y}{F} = \frac{1}{F} \int x P dA, y_p = \frac{M_x}{F} = \frac{1}{F} \int y P dA$$



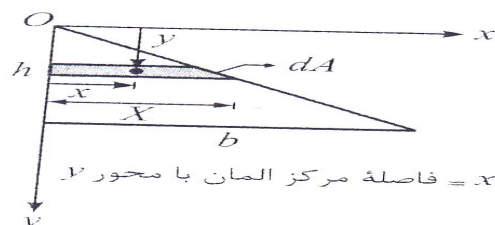
مثال: (2)

در شکل بالا مثلث قائم الزاویه ABC به صورت قائم قرار دارد . بطوریکه رأس آن بر سطح آزاد مایع منطبق است . مطلوب است تعیین :

الف) نیروی وارد از طرف مایع بر یک طرف سطح

ب) گشتاور نیروی وارد از طرف مایع بر یک طرف سطح حول محور AB

حل: با انتخاب المان سطح  $dA$  مطابق شکل مقابل ، خواهیم داشت :



$$\begin{cases} dA = Xdy \\ \frac{X}{y} = \frac{b}{h} \end{cases} \Rightarrow dA = \frac{yb}{h} dy$$

بنابراین می توان نوشت :

$$F = \int_A P dA = \int_0^h (\gamma y) \left( \frac{yb}{h} dy \right) = \frac{\gamma b}{h} \int_0^h y^2 dy = \frac{\gamma b}{h} \left( \frac{y^3}{3} \right) \Big|_0^h = \frac{1}{3} \gamma dy \quad (\text{الف})$$

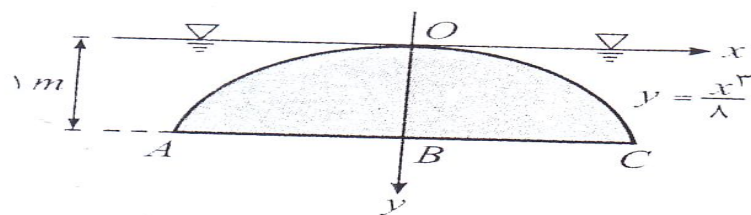
$$\begin{aligned} M_{AB} = M_y &= \int_A x P dA = \int_0^h \left( \frac{x}{2} \right) (\gamma y) \left( \frac{yb}{h} dy \right) \\ &= \int_0^h \frac{yb}{2h} (\gamma y) \left( \frac{yb}{h} \right) = \frac{\gamma b^2}{2h^2} \int_0^h y^3 dy = \frac{\gamma b^2}{2h^2} \left( \frac{y^4}{4} \right) \Big|_0^h = \frac{1}{8} \gamma b^2 h^2 \quad (\text{ب}) \end{aligned}$$

مثال (3)

در شکل مقابل ، ابتدا نیروی هیدرواستاتیک وارد به یک طرف سطح قائم OABCD را به دست آورید و سپس محل

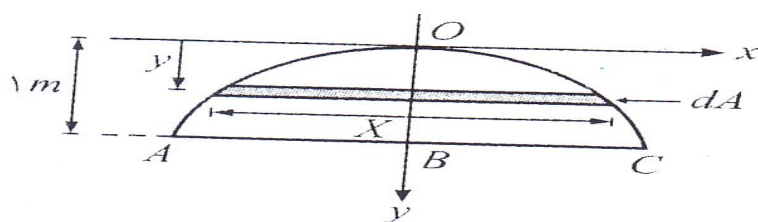
مرکز فشار را در این سطح تعیین نمایید .  $(\gamma = 7 \text{ KN} / \text{m}^3)$





شکل (۳-۴)

حل : با انتخاب المان سطح  $dA$  مطابق شکل زیر ، خواهیم داشت :



$$(dA = Xdy, X = 2x, y = \frac{x^2}{4}) \Rightarrow dA = 4\sqrt{y}dy$$

$$F = \int_A P dA = \int_0^1 \gamma y (4\sqrt{y}) dy = 4\gamma \int_0^1 y^{\frac{3}{2}} dy = 4 \times 7 \times \left[ \frac{2}{5} y^{\frac{5}{2}} \right]_0^1 = 12KN$$

لذا می توان نوشت :

$$M_x = \int_A y P dA = \int_0^1 (y)(\gamma y)(4\sqrt{y}) dy = 4\gamma \int_0^1 y^{\frac{7}{2}} dy = 4 \times 7 \times \left[ \frac{2}{9} y^{\frac{9}{2}} \right]_0^1 = 8/4KN$$

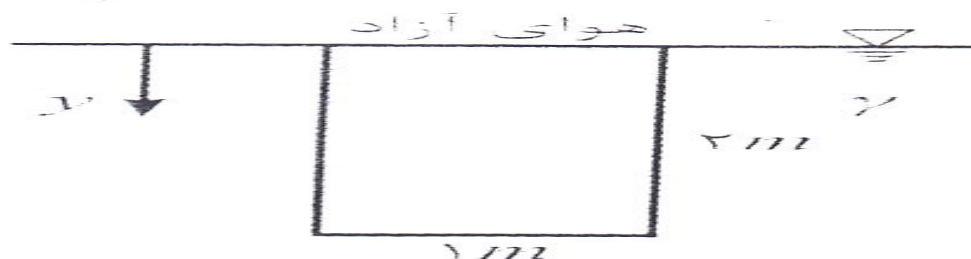
$$y_p = \frac{1}{F} M_x = \frac{8/4}{12} = 0.7m$$

$$M_y = 0 \Rightarrow x_p = \frac{1}{F} M_y = 0$$

(نسبت به محور)  $M_y = 0$  علت تقارن سطح

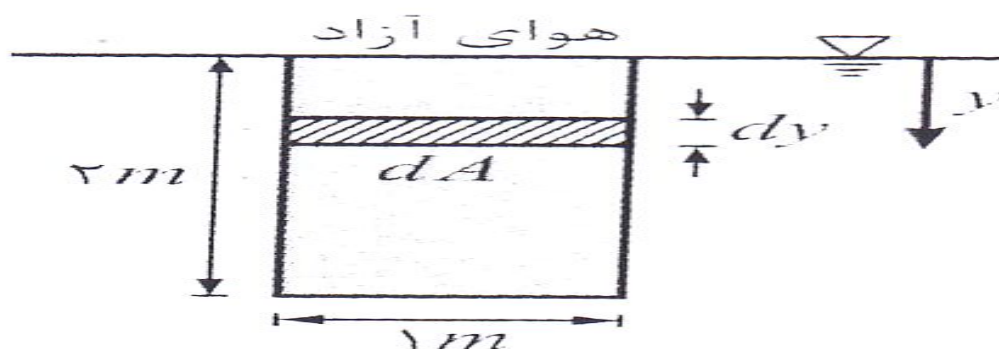
مثال : (4)

در شکل مقابل یک دریچه مستطیلی به ابعاد  $2m \times 1m$  نشان داده شده است که به صورت قائم درون مایعی به وزن مخصوص متغیر قرار دارد . اگر وزن مخصوص مایع از رابطه  $\gamma(y) = 8000 + 900y$  ( $N/m^3$ ) تبعیت کند ، در آن صورت نیروی هیدرواستاتیک وارد بر یک طرف دریچه چند نیوتن خواهد بود ؟



شکل (۳-۵)

حل: با در نظر گرفتن المان سطح ( $dA$ ) مطابق شکل مقابل، خواهیم داشت:

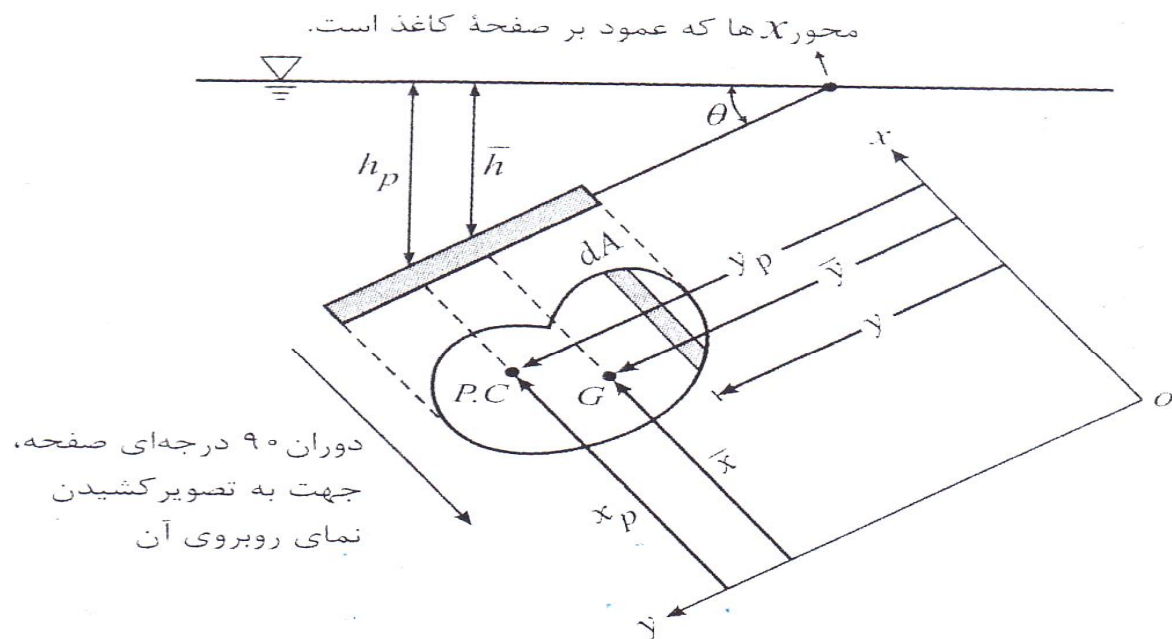


$$P = \int_0^2 p dy = \int_0^2 (8000 + 8000y) dy = 8000y + 4000y^2$$

$$F = \int_A P dA = \int_0^2 (8000y + 450y^2) dy = 4000y^2 + 150y^3 \Big|_0^2 = 172000N$$

### روش استفاده از فرمول

مطابق شکل (3-6) یک سطح تخت را که به طور مایل درون سیال ساکن قرار گرفته است، در نظر می گیریم. اگر محور  $x$  ها را بر روی صفحه مستقر نماییم. آنگاه با فرض قرارگیری مبدأ مختصات بر روی سطح آزاد مایع، می توان برآیند نیروهای هیدرواستاتیک وارد بر سطح فوقانی این صفحه را به صورت زیر به دست آورد.



شکل (۳-۶)

$$F = \int_A P dA = \int_A (\gamma y \sin \theta) dA = \gamma \sin \theta \int_A y dA$$

می دانیم  $\bar{y} = \frac{\int y dA}{A}$  است ، بنابراین می توان نوشت :

$$F = \gamma \sin \theta \bar{y} A$$

و چون  $\bar{h} = \bar{y} \sin \theta$  می باشد ، لذا به دست می آید :

$$F = \gamma \bar{h} A = P_G A \quad (4-3)$$

در رابطه فوق ،  $\bar{h}$  فاصله قائم مرکز سطح صفحه تا سطح آزاد مایع است و  $P_G$  فشار در مرکز سطح صفحه میباشد .

تذکر (۱):

اگر در بالای صفحه تخت ، سطح آزاد مشخصی از یک نوع مایع وجود داشته باشد ، در آن صورت برای محاسبه  $F$  می توانیم از هر دو فرمول ذکر شده در رابطه (3-4) استفاده کنیم . اما چنانچه سطح آزاد مشخصی از یک نوع مایع نداشته باشیم ، در آن صورت بهتر است جهت محاسبه  $F$  ، از رابطه  $F=P_G A$  استفاده نماییم .

### تذکر (2):

برای محاسبه مرکز فشار ، می توان از روابط زیر استفاده کرد :

$$x_p = \bar{x} + \frac{\bar{I}_{xy}}{A\bar{y}}, \quad y_p = \bar{y} + \frac{\bar{I}_G}{A\bar{y}} \quad (5-3)$$

در روابط فوق  $I_G$  گشتاور اینرسی سطح حول محور افقی (موازی محور  $x$  ها و سطح آزاد مایع) گذرنده از مرکز سطح صفحه است و همواره مثبت می باشد .  $\bar{I}_{xy}$  حاصل ضرب اینرسی حول محورهای گذرنده از مرکز سطح (به موازات محور  $x$  ها و  $y$  ها) است و می تواند مثبت ، منفی یا صفر باشد .  $A$  مساحت صفحه است و  $\bar{x}$  و  $\bar{y}$  نیز مختصات مرکز سطح اند .

### تذکر (3):

اگر صفحه تحت حداقل نسبت به یکی از محورهای مذکور یعنی محور  $x = \bar{x}$  با محور  $y = \bar{y}$  متقارن باشد ، در آن صورت  $\bar{I}_{xy}$  برابر صفر خواهد شد . در این حالت مرکز فشار روی محور  $x = \bar{x}$  قرار می گیرد و  $x_p = \bar{x}$  خواهد بود . در حالت کلی نیز چون  $\bar{I}_{xy}$  هم می تواند مثبت باشد و هم منفی ، لذا مرکز فشار می تواند در هر یک از طرفین  $x = \bar{x}$  قرار گیرد .  
/ به عبارت دیگر  $X_P$  می تواند بزرگتر یا کوچکتر از  $\bar{x}$  باشد .

### تذکر (4):

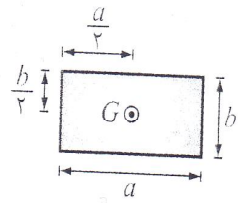
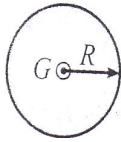
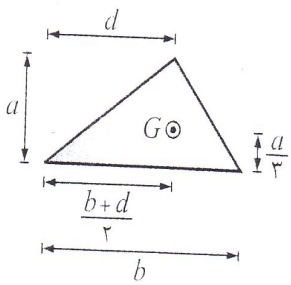
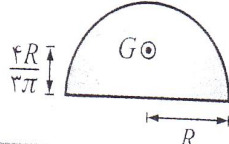
$I_G$  همواره مثبت است بنابراین  $y_p - \bar{y}$  همواره مثبت خواهد بود و لذا مرکز فشار همواره زیر مرکز سطح قرار خواهد گرفت .

### تذکر (5):

صفحه قائم ، صفحه مایلی است که در آن  $\theta = 90$  است و چون مقدار نیروی هیدرواستاتیک مستقل از زوایه صفحه با سطح آزاد مایع است ، لذا تمام روابط به دست آمده در صفحه مایل برای صفحه قائم نیز به کار می رود .

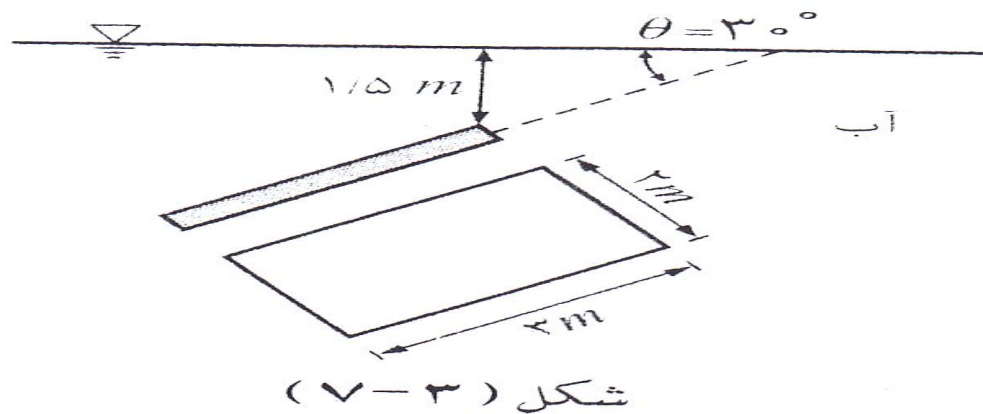
### تذکر (6):

از آن جایی که در محاسبه نیروی هیدرواستاتیک و تعیین مرکز فشار ، دانستن  $I_G, A, \bar{I}_{xy}$  و مختصات مرکز سطح ضروری به نظر می رسد ، لذا با ارائه جدول زیر موارد فوق را در چند شکل خاص بررسی می کنیم :

$I_G$	$\bar{I}_{xy}$	$A$	مشخصات مقطع شکل مقطع
$\frac{1}{12}ab^3$	°	$ab$	
$\frac{1}{4}\pi R^4$	°	$\pi R^2$	
$\frac{1}{36}ba^3$	$\frac{1}{72}ba^2(b-2d)$	$\frac{1}{2}ab$	
$\frac{1}{160}R^4$	°	$\frac{1}{2}\pi R^2$	

### مثال (5)

با توجه به شکل ، نیروی وارد بر یک طرف سطح مستطیلی که از طرف آب بر آن اعمال می شود ، چند کیلونیوتن است ؟  
 $(\gamma = 10 \text{ KN} / \text{m}^3)$



حل:

$$\bar{h} = 1/5 + 1/5 \times \sin 30 = 2/25 \text{ m}$$

$$F = \gamma \bar{h} A = 10 \times 2025 \times 6 = 135 \text{ KN}$$

مثال (6)

در شکل مقابل نیروی وارده از آب به یک طرف حلقه قائم را محاسبه کنید.

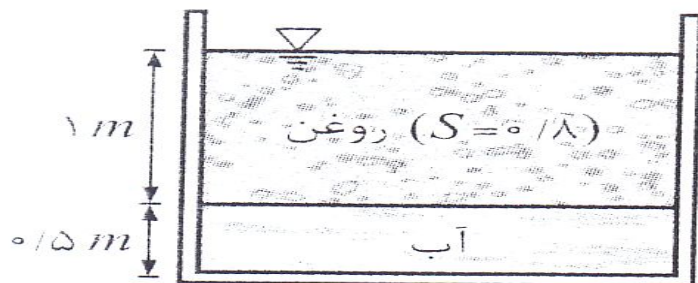


حل: مرکز سطح حلقه قائم در عمق 2 متری آب قرار دارد ، لذا خواهیم داشت :

$$F = \gamma \bar{h} A = 10 \times 2 \times [\pi \times (1^2 - 0.5^2)] = 15\pi \text{ KN}$$

مثال (7)

مخزن شکل مقابل که محتوی آب و روغن است ، دارای قاعده ای مربعی به مساحت  $4M^2$  می باشد . نیروی وارد بر دیواره قائم این مخزن را تعیین نمایید.



شکل (۳-۹)

حل:

$$A = a^2 = 4m^2 \Rightarrow a = 2m \quad (\text{عرض دیواره قائم})$$

با محاسبه جداگانه نیروهای وارد شده بر دیوار ، از جانب روغن ( $F_1$ ) و آب ( $F_2$ ) خواهیم داشت :

$$F_1 = \gamma_1 \bar{h}_1 A_1 = (10 \times 0.8)(0.5)(2 \times 1) = 8KN$$

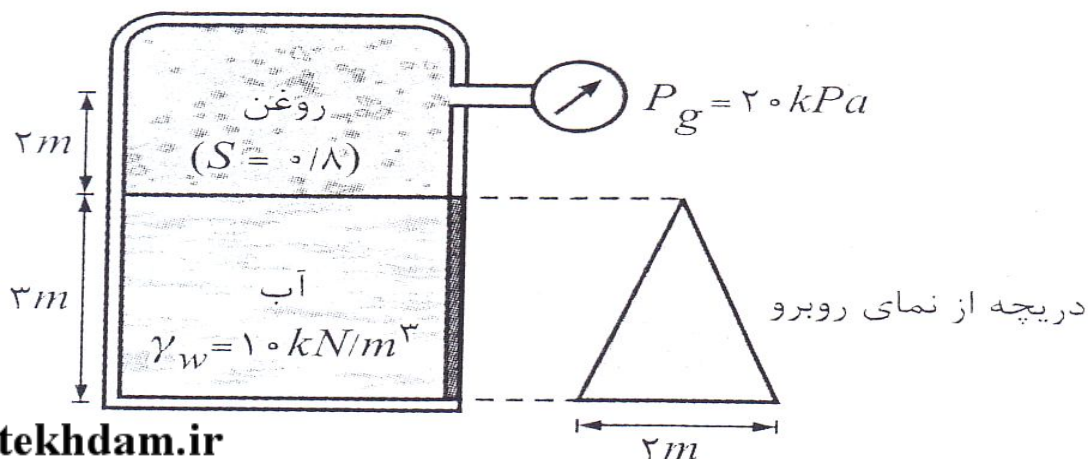
$$F_2 = P_G(2)A_2 = (10 \times 0.8 \times 1 + 10 \times 0.25) \times (2 \times 0.5) = 10/5KN$$

و در نهایت با جمع این دو نیرو ، به دست می آید :

$$F = F_1 + F_2 = 8 + 10/5 = 18/5KN$$

### مثال (8)

در شکل روبرو نیروی هیدرواستاتیک که به دریچه مثلثی وارد می شود ، چقدر است ؟



حل :

ابتدا با استفاده از روش مانومتری محاسبه فشار ، فشار در مرکز سطح دریچه مثلثی ( $P_G$ ) را که به فاصله  $\frac{1}{3}$  ارتفاع مثلث از قاعده آن قرار دارد ، محاسبه میکنیم :

$$P_G - (10)(2) - (0.8 \times 10)(2) = 20 \Rightarrow P_G = 56 \text{ KPa}$$

سپس مقدار نیروی وارد بر دریچه ، به صورت زیر به دست می آید :

$$F = P_G A = (56) \left( \frac{3 \times 2}{2} \right) = 168 \text{ KN}$$

**نکته (1):** اگر به جای  $\bar{y}$  ، مقدار  $\bar{h}$  را در اختیار داشته باشیم آنگاه می توانیم فاصله مرکز فشار تا سطح آزاد مایع ( $h_p$ ) را به صورت زیر محاسبه نماییم :

$$(6-3) \quad y_P = \bar{y} + \frac{I_G}{A \bar{y}} \quad \xrightarrow{\text{طرفین را در } \sin \theta \text{ ضرب می کنیم}} \quad y_P \sin \theta = \bar{y} \sin \theta + \frac{I_G \sin^2 \theta}{A \bar{y} \sin \theta}$$

$$= h_p = \bar{h} + \frac{I_G \sin^2 \theta}{A \bar{h}}$$

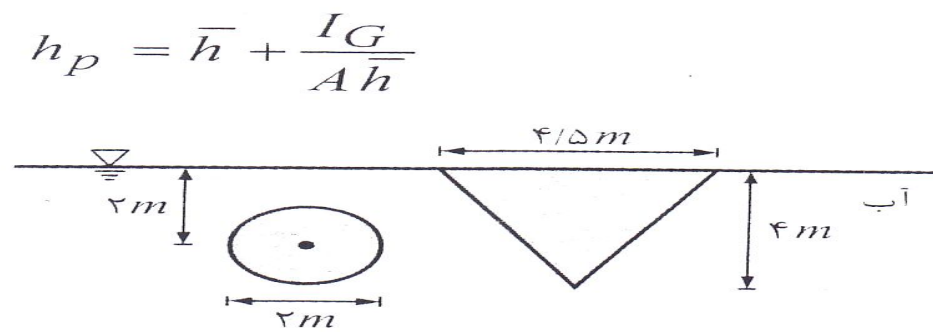
لازم به ذکر است که در صفحات تخت قائم  $\theta = 90^\circ$  و از آنجا  $\sin \theta = 1$  خواهد بود ، لذا رابطه (6-3) برای صفحات قائم به صورت زیر در می آید :

$$h_p = \bar{h} + \frac{I_G}{A \bar{h}}$$

### مثال (9)

برای سطوح قائم نشان داده شده در شکل ، نیروی وارد بر یک طرف سطح از طرف آب و نیز فاصله مرکز فشار تا سطح آزاد مایع را محاسبه نمایید .





شکل (۱۱-۳)

حل :

الف ( سطح دایره ای شکل:

$$F = \gamma \bar{h} A = 10 \times 2 \times \left( \frac{\pi \times 2^2}{4} \right) = 60 \text{ KN}$$

$$h_p = \bar{h} + \frac{I_G}{A \bar{h}} = 2 + \frac{\left( \frac{\pi \times 2^4}{64} \right)}{\left( \frac{\pi \times 2^2}{4} \right) \times 2} = 2.125 \text{ m}$$

ب) سطح مثلثی:

$$\bar{h} = 4 \times \frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

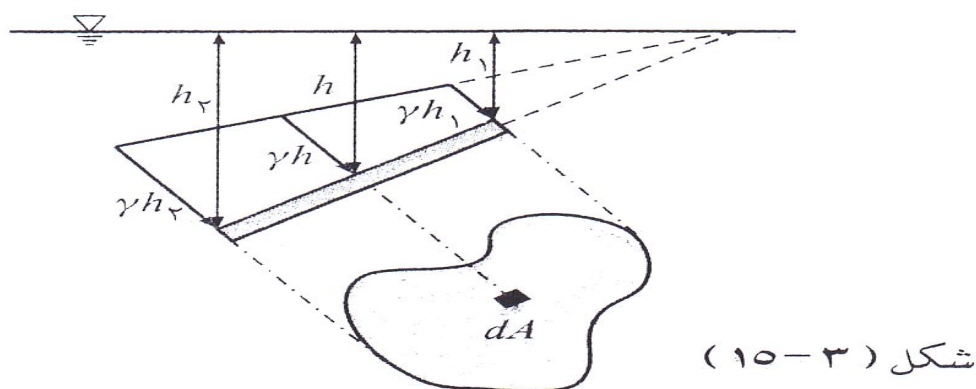
$$F = \gamma \bar{h} A = 10 \times \frac{4}{3} \times \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 4/5 \right) = 120 \text{ KN}$$

$$h_p = \bar{h} + \frac{I_G}{A \bar{h}} = \frac{4}{3} + \frac{\frac{1}{36} \times 4/5 \times 4^3}{9 \times \frac{4}{3}} = 2 \text{ m}$$

## روش منشور فشار

یکی دیگر از روش های تعیین نیروی وارد بر سطوح تخت و محل اثر آن ، استفاده از منشور فشار است . منشور فشار ، حجمی است به شکل منشور که قاعده آن همان صفحه مسطح است و ارتفاع آن از قاعده ، در هر نقطه ، برابر  $\gamma h$  می باشد . همان طور که در شکل (3-15) مشخص شده است ،  $h$  فاصله قائم هر نقطه از صفحه تا سطح آزاد مایع است . در این روش ، نیروی برآیند وارد بر یک طرف صفحه برابر است با حجم منشور فشار و مختصات مرکز فشار نیز همان مختصات مرکز حجم منشور می باشد ، یعنی می توان نوشت :

(8-3)

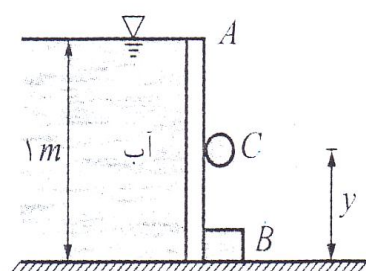


$$x_p = \frac{1}{V} \int x dV \quad \text{و} \quad y_p = \frac{1}{V} \int y dV$$

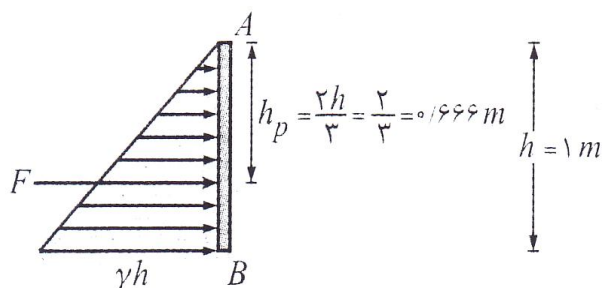
## مثال (10)

در شکل مقابل  $y$  را طوری تعیین کنید که وقتی سطح آب بالای دیواره مستطیلی می رسد ، دیواره حول  $C$  دوران کند .

(16-3)



شکل (3-16)



حل : با رسم منشور فشار برای دیواره AB ملاحظه می

شود : تا زمانی که مانع C بالای مرکز فشار است ، لنگر

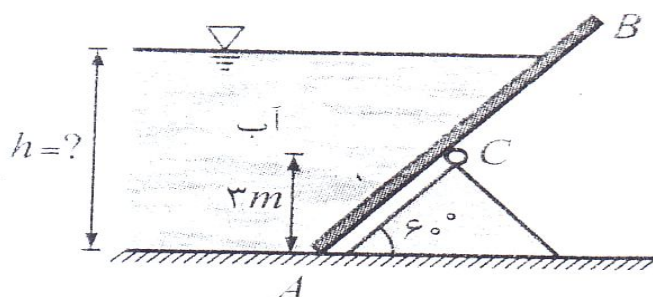
نیروی هیدرواستاتیک در خلاف جهت عقربه های ساعت بوده و با برخورد دیوار به مانع B هیچ گونه حرکتی در دیواره نخواهیم داشت . با حرکت دادن مانع C به سمت پایین و قرار دادن آن در مرکز فشار ، دیواره در آستانه دوران حول C قرار می گیرد . در این حالت می توان نوشت :

$$BC = y = 1 - h_p = 1 - 0.666 = 0.333\text{ m}$$

### مثال (11)

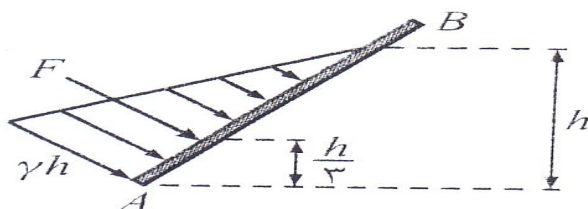
با توجه به شکل ، عمق آب در لحظه گردش دریچه مستطیلی چقدر است ؟

(17-3)



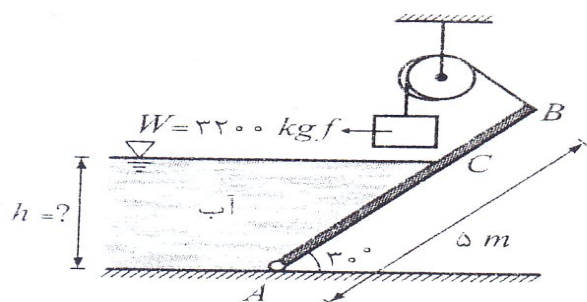
حل : با رسم منشور فشار برای دریچه AB ، ملاحظه می شود :

تا زمانی که مرکز فشار در پایین لولای C قرار گرفته است ، دریچه هیچ گونه حرکتی نخواهد داشت با بالا آمدن سطح آب و افزایش ارتفاع آن ، مرکز فشار به سمت بالا حرکت کرده و به لولای C نزدیک می شود به طوری که در لحظه انطباق با لولا ، دریچه را در آستانه دوران حول C قرار می دهد . در این حالت می توان نوشت :



مثال (12)

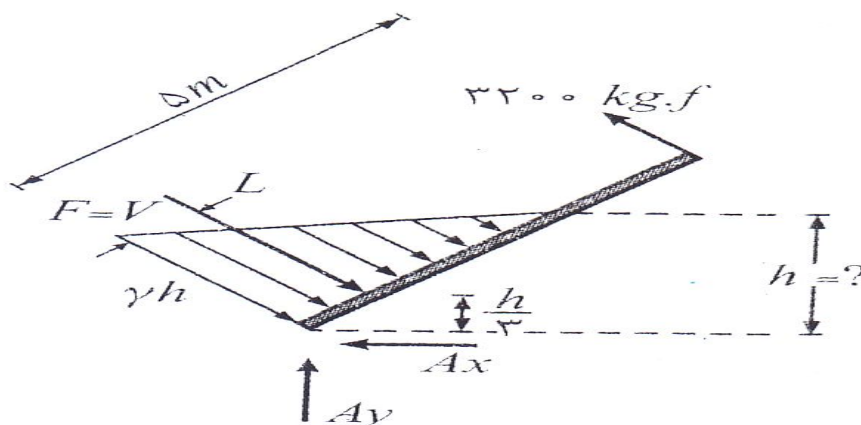
در شکل مقابل ارتفاع h چقدر باشد تا دریچه به حالت تعادل قرار داشته باشد ؟ از نیروی اصطکاک و وزن دریچه صرف نظر کنید و عرض دریچه را برابر 3 متر در نظر بگیرید .



$$(\gamma_w = 1000 \text{ kg.f} / \text{m}^3)$$

حل : با ترسیم دیاگرام آزاد دریچه و نیز استفاده از منشور

فشار خواهیم داشت :



$$F = \left[ \frac{(\gamma h) \left( \frac{h}{\sin 30^\circ} \right)}{2} \right] (3) = 3\gamma h^2 = 3000h^2 (\text{kg.f})$$

$$L = \frac{\frac{h}{3}}{\sin 60^\circ} = \frac{h}{3 \sin 30^\circ} = \frac{2}{3} h$$

$$\Sigma M_A = 0 \Rightarrow 3200 \times 5 - (3000h^2) \times \left(\frac{2}{3}h\right) = 0 \Rightarrow h = 2m$$

3

### 5- نیروی هیدرواستاتیک وارد بر سطوح بسته (نیروی شناوری)

فرض کنید جسم جامدی را درون ظرفی که محتوی یک سیال ساکن است ، قرار داده ایم. این جسم ممکن است در سیال مورد نظر ، شناور یا غوطه ور شود و یا با حرکت به سمت کف ظرف ، در آن ته نشین گردد . وقوع هر یک از این حالت ها بستگی به وضعیت نیروهای وارد بر جسم دارد . یکی از نیروها ، نیروی شناور است که در ادامه ضمن بیان حالت ها ی ذکر شده ، به آن نیز خواهیم پرداخت .

#### 1-حالت شناوری :

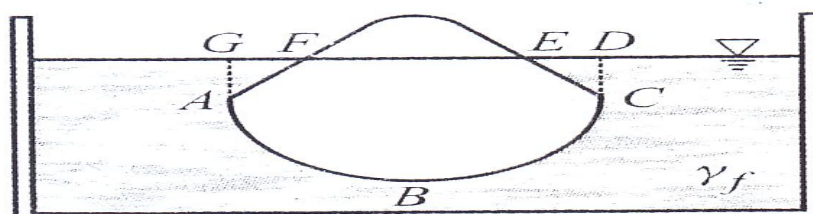
چنانچه مطابق شکل (3-34) قسمتی از جسم جامد ، درون مایع غوطه ور باشد و بقیه جسم خارج از آن قرار گیرد ، می گوئیم جسم در مایع شناور است . نیروهای وارد بر جسم جامد در حالت شناوری عبارتند از :

الف) نیروی وزن که در راستای قائم و رو به پایین بر مرکز ثقل جسم شناور وارد می شود و مقدار آن برابر است با :

$$W = \gamma_s . V$$

(9-3)

در رابطه فوق  $\gamma_s$  و  $V$  به ترتیب وزن تریب مخصوص و حجم شناور می باشند .



شکل ( ۳ - ۳۴ )

ب) نیروی هیدرواستاتیک که خود دارای دو مؤلفه افقی و یک مؤلفه قائم است. مؤلفه های افقی نیروی هیدرواستاتیک، به علت صفر بورن تصویر بخش غوطه ور جسم شناور روی صفحه قائم، برابر صفر می باشند و مؤلفه قائم آن نیز به صورت زیر قابل محاسبه است:

$$F_V = \gamma_f \times (V_{GABCD}) - \gamma_f \times (V_{GAF} + V_{DCE}) = \gamma_f \times V_{EFABC}$$

$V_{EFABC}$  حجم مایع جابه جا شده توسط جسم شناور می باشد. حال اگر حجم مذکور را با  $V_d$  نشان دهیم و  $F_V$  جایگزین کنیم، در آن صورت خواهیم داشت:

$$F_B = \gamma_f \cdot V_d = W_d \quad (10-3)$$

نیروی هیدرواستاتیک در حالتی که بر یک سطح بسته یا همان جسم جامد وارد نیرویی قائم است که آن را نیروی شناوری ( $F_B$ ) می نامند و طبق رابطه فوق برابر وزن مایع جابه جا شده شده ( $W_d$ ) توسط جسم شناور می باشد. جهت نیروی شناوری، به سمت بالا بوده و محل اثر آن که مرکز شناوری نامیده می شود، مرکز حجم  $V_d$  است. حال اگر معادله تعادل را در راستای قائم برای جسم شناور بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow W = F_B \Rightarrow \gamma_s \cdot V = \gamma_f \cdot V_d \Rightarrow \frac{\gamma_s}{\gamma_f} = \frac{V_d}{V} < 1 \Rightarrow \gamma_s < \gamma_f$$

نتیجه آن اگر وزن مخصوص جسم جامد از وزن مخصوص مایع کمتر باشد، جسم روی مایع شناور می گردد.

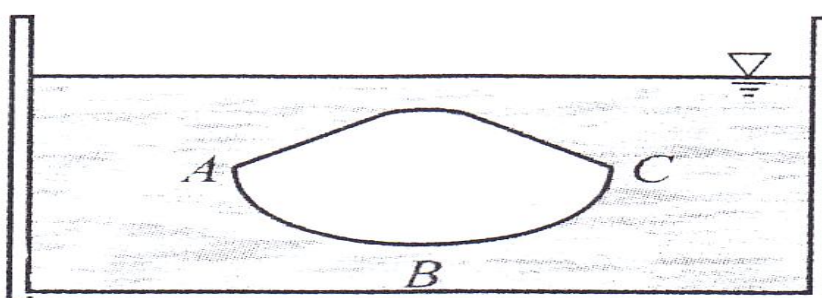
## 2- حالت غوطه وری:

اگر برخلاف حالت شناوری، تمام جسم جامد (به طور ساکن) درون مایع قرار گیرد، می گوییم جسم در مایع غوطه ور است. در این حالت، نیروهای وارد بر جسم مانند وضعیت شناوری خواهند بود با این تفاوت که به علت تغییر حجم  $V_d$ ، مقدار

نیروی

شناوری نیز

تغییر خواهد



کرد . در این حالت  $V_d = V$  است و نیروی شناوری ، بیشترین مقدار خود را دارد . حال اگر معادله تعادل را در راستای قائم برای جسم غوطه ور بنویسیم ، خواهیم داشت :

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow W = F_B \Rightarrow \gamma_s.V = \gamma_f.V_d = \gamma_f.V \Rightarrow \gamma_s = \gamma_f$$

یعنی در شرایطی که وزن مخصوص جسم جامد و سیال ساکن با هم برابر است ، جسم در سیال غوطه ور خواهند شد .

### 3- حالت ته نشینی:

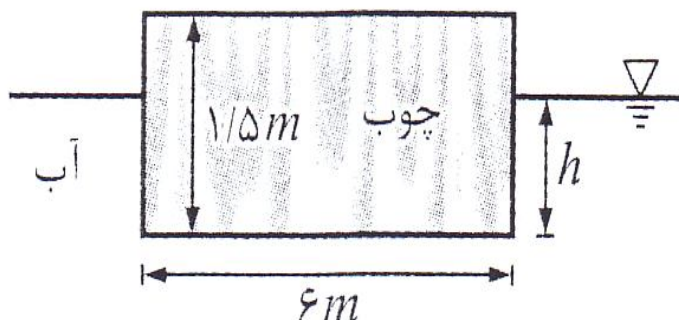
: در این حالت جسم جامد پس از قرار گیری در سیال ، به طرف کف ظرف حرکت کرده و سرانجام به ته نشینی در آن ، ساکن می شود . به هنگام حرکت جسم جامد در سیال ساکن (قبل و بعد از رسیدن جسم در مایع به سرعت حد) داریم

$$W > F_B \Rightarrow \gamma_s V > \gamma_f V \Rightarrow \gamma_s > \gamma_f$$

نتیجه آن که در صورت بزرگتر بودن وزن مخصوص جسم جامد از مایع ، جسم در مایع ته نشین خواهد شد .

### مثال (13)

بلوک چوبی نشان داده شده در شکل مقابل دارای ابعاد  $2/5 \times 1/5 \times 6$  متر می باشد . حجم آب جابه جا شده توسط این بلوک و نیز موقعیت مرکز شناوری آن را نسبت به سطح آزاد آب به دست آورید .  
وزن مخصوص چوب  $600 \text{ Kg.f/m}^3$  است .



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow F_B = W \Rightarrow \gamma_f \times V_d = \gamma_s \times V \Rightarrow 1000 \times V_d = 6000 \times (2/5 \times 1/5 \times 6)$$

$$\Rightarrow V_d = 13/5 m^3$$

$$V_d = 6 \times 2/5 \times h \Rightarrow h = 0/9 m \Rightarrow y = \frac{h}{2} = \frac{0/9}{2} = 0/45 m$$

**مثال: (14)**

وزن یک جسم غوطه ور در آب ، 3 نیوتن و در روغن (S=0/8) ، 4 نیوتن است . حجم جسم و جرم مخصوص آن را تعیین کنید .

حل : با کمی دقت متوجه می شویم که منظور از وزن جسم در این مسئله ، وزن ظاهری آن است که تفاوت وزن حقیقی و نیروی شناوری می باشد . بنابراین خواهیم داشت :

$$\begin{cases} W - F_{B(1)} = W_{(1')} \\ W - F_{B(2)} = W_{(2')} \end{cases} \Rightarrow F_{B(1)} - F_{B(2)} = \Delta W' \Rightarrow 10 \times 10^3 \times V = 4 - 3 \Rightarrow V = 0/0005 m^3$$

$$W - F_{B(1)} = W_{(1)} \Rightarrow \rho_s \times g \times V - \rho_w \times g \times V = 3$$

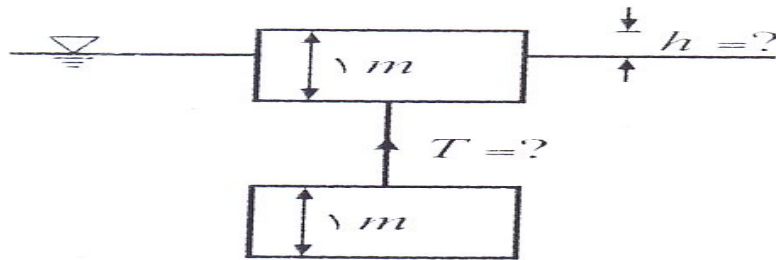
$$\rho_s \times 10 \times 0/0005 - 1000 \times 10 \times 0/0005 \Rightarrow \rho_s = 1/6 \times 10^3 \text{ Kg} / m^3$$

**مثال (16)**

دو مکعب با حجم یکسان  $1 m^3$  ، یکی با چگالی 0/8 و دیگری با چگالی 1/1 با سیم کوتاهی به یکدیگر متصل شده و در آب قرار داده شده اند . مطلوب است ، تعیین ارتفاعی از مکعب سبک تر که بالای سطح آب قرار گرفته است . در این حالت نیروی کشش سیم چقدر خواهد بود ؟

حل: اگر فرض کنیم که نحوه قرار گیری مجموعه مورد نظر در آب ، به شرح شکل مقابل باشد ، در آن صورت می توان نوشت :



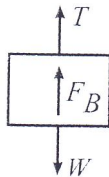


$$\sum F_y = 0 \Rightarrow W = F_B$$

$$1/1 \times \gamma_w \times 1 + 0/8 \times \gamma_w \times 1 = \gamma_w \times (1 - h)$$

$$\Rightarrow h = 0/1m = 10cm$$

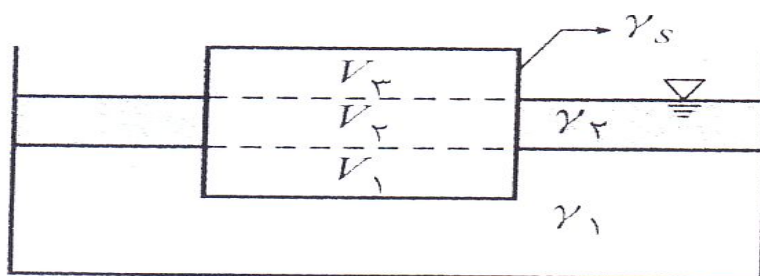
با رسم دیاگرام آزاد مکعب پایینی و نوشتن معادله تعادل در راستای قائم ، خواهیم داشت :



$$\sum F_y = 0 \Rightarrow T = W - F_B = 1/1 \times 10 \times 1 - 10 \times 1 = 1kN$$

نکته :

اگر جسمی مطابق شکل مقابل ، درون دو سیال غیر محلول قرار گرفته باشد ، در این حالت نیروی شناوری را می توان به صورت زیر به دست آورد :



(37-3)

11-3)

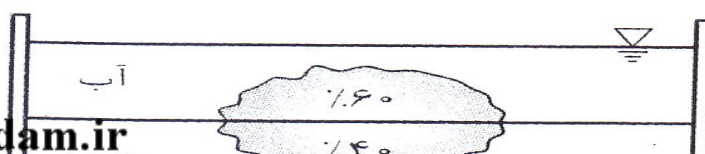
مثال (17)

40 درصد حجم یک قطعه فلزی در داخل جیوه و مابقی آن درون آب مستغرق است . وزن مخصوص این قطعه فلزی را به

دست آورید . ( $S_{Hg}=13/5$ )

مخصوص جیوه از

حل : با توجه به این که وزن



وزن مخصوص آب بیشتر است ، بنابراین نحوه قرارگیری قطعه فلزی ، در داخل این دوسیال نامحلول ، به صورت زیر خواهد بود : در این حالت خواهیم داشت :

$$W = F_B = \gamma_1 V_1 + \gamma_2 V_2 \Leftarrow \gamma_s \times V = 10 \times 0/6V + 13/5 \times 10 \times 0/4V \Rightarrow \gamma_s = 60 \text{ KN} / \text{m}^3$$

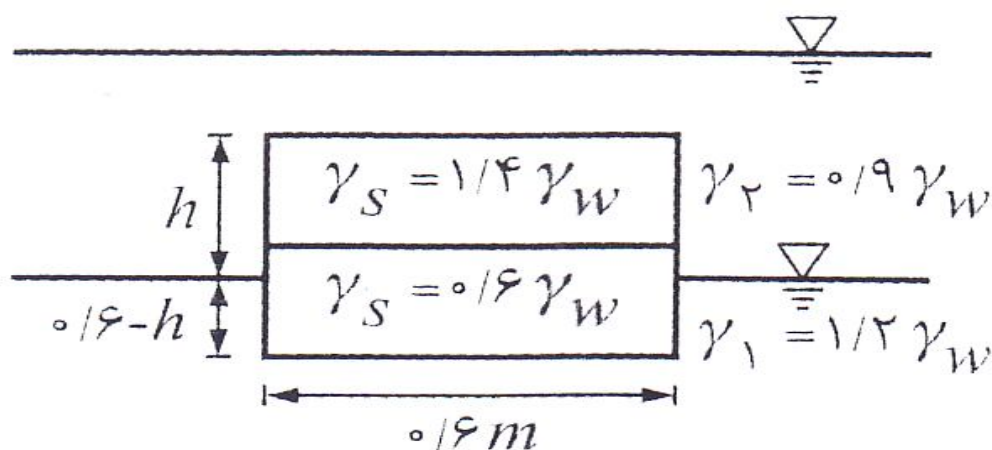
### مثال (18)

طول ضلع یک مکعب 60cm است . چگالی نیمه بالایی مکعب 1/4 و چگالی نیمه پایینی آن 0/6 است . مکعب در مایعی به چگالی نسبی 0/9 قرار می گیرد . در زیر این مایع دیگر به چگالی نسبی 1/2 وجود دارد . چه ارتفاعی از مکعب ، بالتر از سطح مشترک دو مایع خواهد بود ؟

حل : جسم مورد نظر در مایع بالایی ته نشین شده و در مایع زیرین ، غوطه ور می شود زیرا:

$$\gamma_{se} = \frac{(1/4\gamma_w)(\frac{V}{2}) + (0/6\gamma_w)(\frac{V}{2})}{V} = \gamma_w \Rightarrow 0/9\gamma_w < \gamma_{se} < 1/2\gamma_w$$

حل با توجه به توضیحات مسئله ، نحوه قرارگیری مکعب در این دو سیال نامحلول را ترسیم می کنیم :



در ادامه با توجه به شکل ترسیم شده خواهیم داشت :

$$W = F_B = \gamma_1 V_1 + \gamma_2 V_2 \Rightarrow (1/4\gamma_w)(0/6 \times 0/6 \times 0/3) + (0/6\gamma_w)(0/6 \times 0/6 \times 0/3) =$$

$$(1/2\gamma_w)[0/6 \times 0/6 \times (0/6 - h)] + (0/9 \times \gamma_w)[0/6 \times 0/6 \times h] \Rightarrow h = 0/4m$$

## فصل چهارم

### دینامیک سیالات

پس از بررسی سیستم ، حجم کنترل و سطح کنترل در فصل قبل حال به کاربردهای آنها مانند معادله پیوستگی ، معادله اندازه حرکت ، معادله حرکت اولر ، معادله برنولی ، معادله انرژی و ... می پردازیم .

#### 4-1) معادلات پیوستگی

در فصل قبل به معادلات پیوستگی سه بعدی ، دو بعدی ، و یک بعدی اشاره گردید ولی با توجه به اهمیت ایملبحث در دینامیک سیال یک بار دیگر این معادلات را بررسی می یک حجم کنترل به صورت زیر را در نظر می گیریم .افزایش حجم جرم سیال حجمکنترل + جرم سیال خروجی از حجم کنترل = جرم سیال ورودی به حجم کنترل



شکل ۴-۱ حجم کنترل

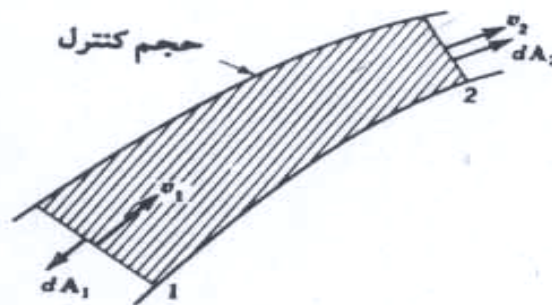
با توجه به شکل (۴-۱) داریم:

برای جریان دائمی با توجه به تعریف آن (ثابت ماندن جرم سیال داخل حجم کنترل) داریم :

جرم سیال خروجی از حجم کنترل = جرم سیال ورودی به حجم کنترل

برای بررسی این موضوع حجم کنترلی را شامل لوله دارای سیالی با جریان یکنواخت در نظر می گیریم که از دیواره های آن هیچ جریانی به داخل یا خارج وجود نداشته باشد .

بر اساس قانون پیوستگی (که بر مبنای اصل بقای جرم است یعنی  $\frac{dm}{dt} = 0$ ) میزان افزایش جرم در حجم کنترل دقیقاً برابر با میزان ورود جرم خالص به داخل حجم کنترل است:



شکل ۲-۳ جریان یکنواخت در یک لوله جریان

$$\int_{C.S} \rho V \cdot dA + \frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V} \rho dV = 0 \Rightarrow \int_{C.S} \rho V \cdot dA = - \frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V} \rho dV$$

اگر سرعت متوسط در هر مقطع از سطح کنترل ، نمایانگر سرعت در آن مقطع باشد ، بنابراین می توان نوشت :

$$\sum_{i=1}^n \rho_i V_i A_i = - \frac{d}{dt} \int_{C.V} \rho dV$$

n: تعداد مقاطع ورودی و خروجی

در صورتی که جریا نیکنواخت باشد  $\frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V} \rho dV$  برابر صفر خواهد بود بنا براین معادله پیوستگی در صورتی این حالت عبارتست از :

$$\int_{C.S} \rho V \cdot dA = 0$$

این رابطه نشان دهنده این است که جرم خالص خروجی از حجم کنترل برابر صفر است . در مقطع 1 (با توجه به جهت

$$\rho_1 V_1 \cdot dA_1 = - \rho_1 V_1 dA_1 \quad \text{داریم: } (V_1 \text{ و } dA_1)$$

و در مقطع 2 داریم:  $\rho_2 V_2 dA_2 = -\rho_2 V_2 dA_2$  بنابراین:  $\rho_1 V_1 dA_1 = \rho_2 V_2 dA_2$

در لوله های با سطح مقطع متغیر و استفاده از سرعت متوسط در این مقطع ها، اگر  $\rho_1$  چگالی متوسط در مقطع 1 و  $\rho_2$  چگالی متوسط در مقطع 2 باشد، بنا براین رابطه پیوستگی عبارتست از:

$$m = \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 A_2 V_2 = \text{ثابت} \quad \text{مقداری}$$

m: دبی جرمی

$A_1, A_2$ : سطح مقطع های لوله

$V_1, V_2$ : سرعت متوسط در مقاطع لوله

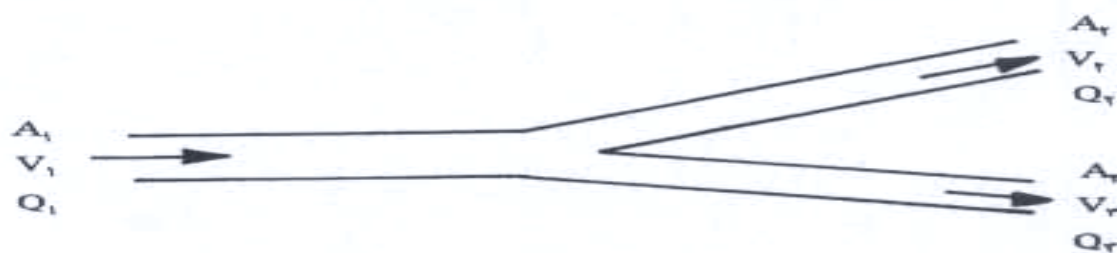
با توجه به اینکه  $Q=AV$  است بنابراین:

$$m = \rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2$$

و رابطه پیوستگی برای سیالات تراکم نا پذیر ( $\rho$  ثابت است) عبارتست از:

$$Q = Q_1 = Q_2 \quad \text{یا} \quad A_1 V_1 = A_2 V_2$$

از معادله پیوستگی برای تعیین دبی و سرعت در مقاطع مختلف یک سیستم و همچنین تعیین سرعت و دبی در اتصالات استفاده می شود.



شکل ۳-۴ معادله پیوستگی

و در این حالت: کل جریان خروجی از اتصال = کل جریان ورودی به اتصال

$$\rho_1 Q_1 = \rho_2 Q_2 + \rho_3 Q_3 \quad \text{و به عبارت دیگر:}$$

و برای سیالات تراکم ناپذیر (ثابت  $\rho_1 = \rho_2 = \rho_3$ ):

$$Q_1 = Q_2 + Q_3 \quad \text{یا} \quad A_1 V_1 = A_2 V_2 + A_3 V_3$$

و در حالت کلی بایستی در هر اتصال  $\sum_{i=1}^n \rho_i Q_i = 0$  باشد. جریان ورودی به اتصال را مثبت و جریان خروجی از اتصال را

منفی در نظر می گیریم.

## 4-2) اندازه حرکت (ممنت)

با توجه به اهمیت محاسب نیروی وارده بر اجسام سخت را در اثر جریان سیال به بررسی اندازه حرکت (ممنت) سیال می پردازیم.

بر طبق قانون دوم حرکت نیوتن، برای یک سیستم نیروی وارده بر حجم کنترل برابر با مجموع افزایش اندازه خطی در حجم کنترل و مقدار خالص اندازه حرکت خروجی از حجم کنترل است بنابراین:

$$\sum F = \frac{d}{dt}(mV) = \frac{\partial}{\partial t} \int_{C.V} \rho V dV + \int_{C.S} \rho V \cdot V \cdot dA$$

$m$ : جرم ثابت درون سیستم

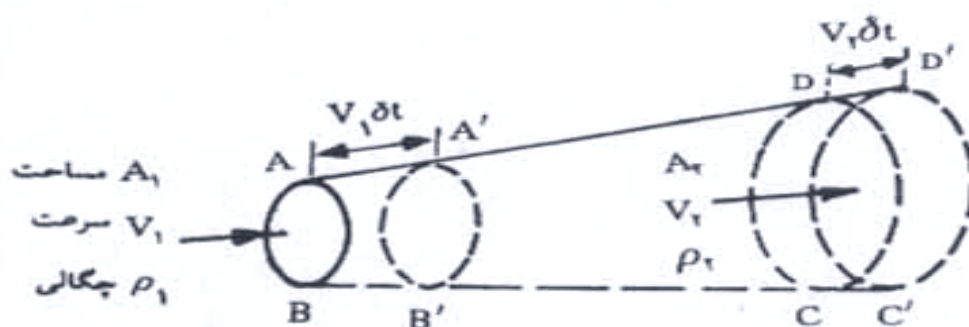
$\sum F$ : مجموع نیروهای خارجی وارده بر سیستم (که شامل نیروهای درونی مثل وزن نیز می باشد)

$V$ : سرعت مرکز جرم سیستم

مقدار اندازه حرکت در مکانیک به صورت زیر تعریف می شود:

$$mV = \text{اندازه حرکت (ممنت)}$$

برای



شکل ۴-۴ نسبت تغییرات ممنت در حجم کنترل یک سیال

محاسبه اندازه حرکت جریان یک سیال در حالت دائمی حجم کنترلی به صورت زیر در نظر می گیریم :

مقدار اندازه حرکت با تغییر میزان و جهت سرعت سیال تغییر می کند . از فرض جریان دائمی نتیجه می شود که کلیه شرایط نسبت به زمان ثابت است . همچنین سرعت در تمام نقاط سطح مقطع به صورت یکنواخت وجود خواهد داشت . بعد

از زمان  $\delta t$  سیال از وضعیت ABCD به A'B'C'D' تغییر می کند . با استفاده از تعریف سرعت  $(V = \frac{x}{t})$  داریم :

$$\text{فاصله } AA' = V_1 \delta t$$

$$\text{فاصله } CC'' = V_2 \delta t$$

با توجه به اینکه جرم سیال بدون تغییر باقی می ماند بنابراین جرمی که قبلاً حجم AA'BB' را اشغال کرده است = جرمی

که حجم CC'DD' را در حال حاضر اشغال می کند

$$\rho_1 A_1 V_1 \delta t = \rho_2 A_2 V_2 \delta t$$

اندازه حرکت سیال در اثر تغییر وضعیت ABCD به A'B'C'D' تغییر خواهد کرد و این تغییرات در اثر اضافه شدن سیال

CC'DD' با سرعت  $V_2$  و کم شدن سیال AA'BB' با سرعت  $V_1$  بوجود می آید . بنابراین کاهش ممتم (اندازه حرکت)

سیال در -افزایش ممتم (اندازه حرکت) سیال در اثر -تغییرات حرکت سیال ABCD در زمان  $\delta t$

سرعت  $\times$  جرم = اندازه حرکت سیال

$$\text{سیال حرکت اندازه } CC'DD' = \rho_2 A_2 V_2 \delta t \times V_2 = \rho_2 A_2 V_2^2 \delta t$$

$$\text{سیال حرکت اندازه } AA'BB' = \rho_1 A_1 V_1^2 \delta t$$

$$\text{تغییرات اندازه حرکت سیال بین } AB \text{ و } CD \text{ در اثر زمان } \delta t = \rho_2 A_2 V_1^2 \delta t$$

$$\text{نسبت تغییر اندازه حرکت سیال بین } AB \text{ و } CD : \text{ با تقسیم رابطه بر } \delta t = \rho_2 A_2 V_2^2$$

با توجه به رابطه پیوستگی سیال داریم : جرمی که در واحد زمان از CD می گذرد = جرمی که در واحد زمان از AB می

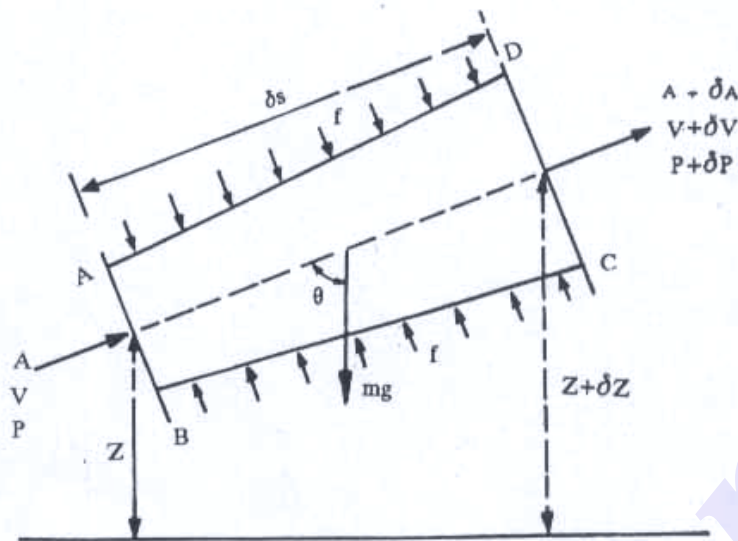
گذرد بنابراین : تغییر سرعت  $\times$  جرم سیالی که در واحد زمان می گذرد  $= m(V_2 - V_1)$  = نسبت تغییر اندازه حرکت سیال بین

AB و CD افزایش اندازه حرکت در واحد زمان در امتداد حرکت بوده و بر طبق قانون نیوتن نیروی وارده برابر است با :

$$F = m(V_2 - V_1)$$

### (4-3) معادله حرکت اولر در امتداد خطوط جریان

حجم کنترل را به صورت المان بسیار کوچکی از سیال در امتداد خط جریان  $S$  و با سطح مقطع  $\delta A$  و طول  $\delta S$  در نظر می گیریم .



شکل ۴-۵ المانی از سیال در امتداد خط جریان

با فرض اینکه تنش های برشی ناشی از لزجت وجود نداشته باشد ، نیروهای موجود که بر حجم کنترل وارد می شود عبارتند از : نیروی وزن و نیروهای فشار در سطح مقطع ها به عبارت دیگر سیال اطراف این المان فشاری برابر  $f$  را به طور عمودی بر اضلاع جانبی آن وارد می نماید و وزن المان  $mg$  نیز به طور عمودی اثر می کند که با محور مرکزی المان زاویه ای برابر  $\theta$  ایجاد می کند .

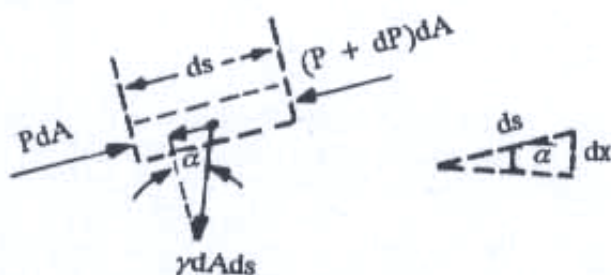
$$m = \rho AV \quad \text{دبی جرمی در واحد زمان}$$

$$\text{افزایش ممنتوم در طول } \delta S = \rho AV[(V + \delta V) - V] = \rho AV \delta V$$

نیروهایی که باعث این افزایش ممنتوم می شوند عبارتند از :

- 1- نیرو در اثر فشار  $P$  در جهت جریان یعنی  $PA$
- 2- نیرو در اثر فشار  $P + \delta P$  در خلاف جریان یعنی  $(P + \delta P)(A + \delta A)$
- 3- نیرو در اثر فشار  $f$  در جهت حرکت جریان یعنی  $f \delta A$
- 4- نیرو در اثر وزن المان در جهت خلاف جریان یعنی  $mg \cos \theta$





شکل ۳-۶ تعیین رابطه برنولی

بنابراین برآیند نیروها در جهت جریان عبارتست از :

$$\sum_s F = PA - (P + \delta P)(A + \delta A) + f\delta A - mg \cos \theta$$

$$mg = \rho g \left( A + \frac{1}{2} \delta A \right) \delta S = \text{وزن المان}$$

المان را به صورت ذوزنقه ABCD در نظر می گیریم بنابراین حجم آن برابر است با :

$$\frac{[A + (A + \delta A)]}{2} \times \delta S = \left( A + \frac{1}{2} \delta A \right) \times \delta S$$

از طرفی  $\cos \theta = \frac{\delta z}{\delta s}$  و با توجه به اینکه از حاصلضرب مقادیر بسیار کوچک صرف نظر می کنیم ، داریم :

$$\sum F_s = -A\delta P - \rho g A \delta z$$

از قانون دوم نیوتن و با مساوی وقرار دان اندازه حرکت و برآیند نیروها داریم :

$$\rho A V \delta V = -A\delta P - \rho g A \delta z$$

با تقسیم طرفین بر  $\rho A \delta s$  داریم :

$$\frac{1}{\rho} \frac{\delta P}{\delta s} + V \frac{\delta V}{\delta s} + g \frac{\delta z}{\delta s} = 0$$

و اگر  $\delta s \rightarrow 0$  و S تنها متغیر مستقل باشد می توان دیفرانسیل جزئی را به دیفرانسیل کلی تبدیل کرد .

بنابراین :

$$\frac{1}{\rho} \frac{dP}{ds} + V \frac{dV}{ds} + g \frac{dz}{ds} = 0 \quad \text{و یا} \quad \frac{dp}{\rho} + V dV + g dz = 0$$

این معادله، معادله حرکت اولر بوده و رابطه بین سرعت، فشار، ارتفاع و جرم مخصوص را در یک جریان یکنواخت نشان می دهد.

#### 4-4) معادله برنولی

در صورت مشخص بودن رابطه بین  $P$  و  $\rho$  می توانیم از معادله اولر انتگرال گیری کنیم. فرض اینکه سیال تراکم ناپذیر باشد، بنابراین:

$$\int \left( \frac{dp}{\rho} + VdV + g dz \right) = \frac{P}{\rho} + \frac{V^2}{2} + gZ = \text{ثابت}$$

این مقدار ثابت را ثابت برنولی و این معادله برنولی گویند. و با تقسیم این معادله بر  $g$  داریم:

$$\frac{P}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + Z = \text{ثابت}$$

اگر بین دو نقطه سیال تراکم نا پذیر بخواهیم معادله برنولی را بنویسیم و (با توجه به  $\gamma = \rho g$  و ثابت بودن  $\rho, \gamma$ ) داریم:

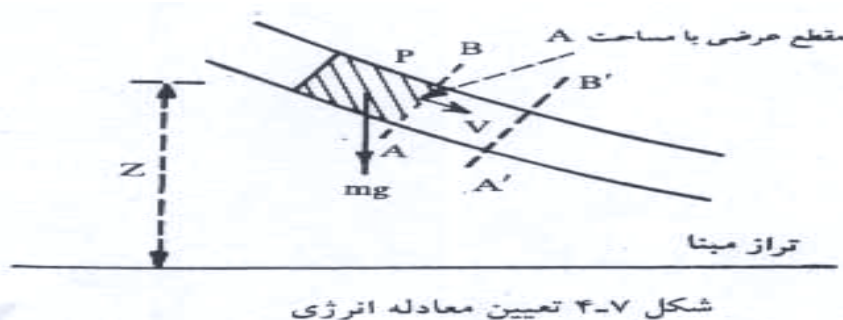
$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2 \quad \text{و} \quad \frac{P_1 - P_2}{\gamma} + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g} + (Z_1 - Z_2) = 0$$

اگر سیال تراکم پذیر باشد (مثلاً گازها) بایستی رابطه بین  $P$  و  $\rho$  را داشته باشیم بنابراین:

$$\int \left( \frac{dp}{\rho} \right) + \frac{V^2}{2} + gz = cte = \text{ثابت}$$

#### 4-5) معادله انرژی:

یک المان سیال را مطابق شکل (7-7) در نظر میگیریم که دارای انرژی پتانسیل در اثر ارتفاع  $Z$  و انرژی جنبشی در اثر سرعت  $V$  می باشد.



باتوجه به معادله برنولی

برای المانی به جرم  $m$  داریم:

$$\frac{p}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} + gz = \text{ثابت}$$

هر یک از این عبارات معادله نمایانگر یک نوع انرژی است :

$$(1) gz = \text{انرژی پتانسیل برای واحد جرم} \Rightarrow mgz = \text{انرژی پتانسیل}$$

$$(2) \frac{V^2}{2} = \text{انرژی جنبشی برای واحد جرم} \Rightarrow \frac{1}{2} mV^2 = \text{انرژی جنبشی}$$

جریان یک سیال به علت داشتن فشار کار انجام می دهد به عبارت دیگر نیروی حاصل از فشار در هر مقطع در اثر جریان سیال با مقطع حرکت کرده و در نتیجه کار انجام می دهد یعنی :

$$PA = \text{نیروی وارده بر مقطع AB}$$

با حرکت المان سیال به جرم  $m$  در جهت جریان سطح مقطع از  $AB$  به  $A'B'$  تبدیل می شود بنابراین حجم المان برابر

$$\text{است با : } \frac{m}{\rho} = \text{حجم المان و با توجه به اینکه } AL = \text{حجم المان ، بنابراین :}$$

$$L = AA' = \frac{m}{\rho}$$

و طبق تعریف کار (نیرو  $\times$  جابجایی) داریم :

$$\text{فاصله } L(AA') \times \text{نیرو} = \text{کار انجام یافته} = PA \times \frac{m}{\rho A} = \frac{mP}{\rho}$$

$$(3) \quad \frac{P}{\rho} = \text{یافته برای واحد جرم}$$

$\frac{P}{\rho}$  انرژی فشار می باشد که معادله کار جریان معروف است. بنابراین با مقایسه مقادیر (1) و (2) و (3) با معادله برنولی

نتیجه می شود که عبارات معادله برنولی عبارتند از : انرژی جنبشی برای واحد جرم و انرژی پتانسیل برای واحد جرم که این مقادیر با مقدار ثابت کل انرژی برای واحد جرم برابر می باشد. با توجه به مطالب فوق و معادله برنولی مشخص می شود که برای یک جریان یکنواخت بدون اصطکاک در جهت جریان سیال ، کل انرژی بر واحد جرم از نقطه ای به نقطه دیگر ثابت می ماند .

هر یک از عبارات معادله برنولی دارای بعد طول می باشند و معمولاً آنها را به صورت : ارتفاع نظیر فشار یا ارتفاع استاتیکی

$\left(\frac{P}{\gamma}\right)$  ، ارتفاع نظیر سرعت  $\left(\frac{V^2}{2g}\right)$  ، ارتفاع نظیر انرژی پتانسیل  $Z$  و ارتفاع کل  $(H)$  می نامند. مقدار  $\left(\frac{P}{\gamma} + z\right)$  مجموع انرژی

های پتانسیل بوده که به ارتفاع پترومتریک  $(h)$  موسوم می باشد و مقدار آن بوسیله یک مانومتر اندازه گیری می شود. تا

کنون در معادله انرژی فرض شده که هیچ انرژی بین نقاط 1 و 2 به سیال وارد و یا از سیال خارج نمی شود. حال با در نظر

گرفتن انرژی ورودی یا خروجی سیستم و همچنین در نظر گرفتن افت ، معادله انرژی برای سیال تراکم ناپذیر به صورت زیر

در می آید :

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + z_1 \pm W_s = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + z + h_f$$

$h_f$ : افت در مسیر از مقطع 1 تا 2 بر حسب ستون سیال

$W$ : کار داده شده به سیال یا گرفته شده از سیال بر حسب ستون سیال

اگر در سر راه جریان از توربین استفاده شود  $W_s$  با علامت منفی (-) و اگر از پمپ استفاده شود  $W_s$  با علامت مثبت (+) به

کار می رود .

#### 4-6) تغییرات انرژی در یک سیستم سیال (خط تراز و خط تراز هیدرولیکی)

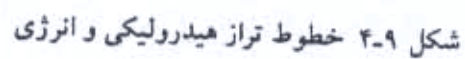
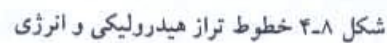
با توجه به وجود اصطکاک (ناشی از اندازه و ناهمواری های مسیر جریان) ، تغییرات سطح (ناشی از شکل) و یا تغییر جهت

حرکت ، سرعت و لزجت سیال ، انرژی در جهت حرکت سیال کاهش پیدا می کند . لذا برای اینکه کل انرژی بر واحد وزن

ثابت باقی بماند بایستی توسط پمپ به سیستم انرژی داده شود . به طور کلی افت انرژی یا ارتفاع نظیر افت انرژی یک سیال

با مجذور سرعت متناسب است که به صورت  $h_f = K \frac{V^2}{2g}$  تعریف می شود . برای بررسی تغییرات انرژی و تعاریف خط تراز

انرژی و خط تراز هیدرولیکی شکل های (4-8) و (4-9) را در نظر می گیریم.


$$\text{ثابت} = \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + Z \quad \text{حال در کلی}$$

**در مخزن A:** در سطح مخزن سرعت سیال برابر صفر و فشار آن نیز فشار اتمسفر است که معمولاً برابر صفر فرض می شود و بنابراین کل انرژی بر واحد وزن بوسیله ارتفاع  $Z_A$  بالای سطح مبنا بیان می شود .

**در مقطع ورودی لوله:** سیال دارای سرعت  $V_1$  می باشد که در اثر افت ورودی از مخزن به لوله و اصطکاک ، در جهت جریان مسیر لوله خط تراز انرژی در جهت جریان شیب پیدا می کند .

**در نقطه B:** به علت تغییر ناگهانی سطح مقطع افت انرژی بوجود می آید که این افت باعث تغییر سرعت از  $V_1$  به  $V_2$  می شود و چون سطح مقطع کوچکتر می شود بر طبق رابطه پیوستگی سرعت  $V_2$  افزایش می یابد و چون سرعت سیال با افت اصطکاک نسبت مسقیم دارد ، بنابراین از نقطه B خط تراز انرژی دارای شیب بیشتری می شود. در نقطه C: به علت وجود پمپ ، به سیستم انرژی داده می شود که با ایجاد هد ناشی از پمپ ( $h_p$ ) خط انرژی به اندازه  $h_p$  بالا خواهد رفت. در ادامه مسیر نیز به علت وجود اصطکاک و افت ورودی لوله به مخزن شیب خط تراز انرژی کاهش می یابد تا به مخزن D برسد .

**در مخزن D:** در سطح مخزن سرعت سیال برابر صفر و فشار نیز فشار اتمسفر می باشد که برابر صفر می شود . بنابراین خط تراز انرژی به سطح سیال ختم می گردد .

در محاسبه خط تراز انرژی دو پارامتر  $h = \frac{P}{\gamma} + z$  را در نظر می گیریم که برای محاسبه  $h$  می توان از پیزومتر استفاده

کرد (کلیه این پارامترها نسبت به سطح مبنا سنجیده می شوند). خط تراز را با ..... نمایش می دهند .

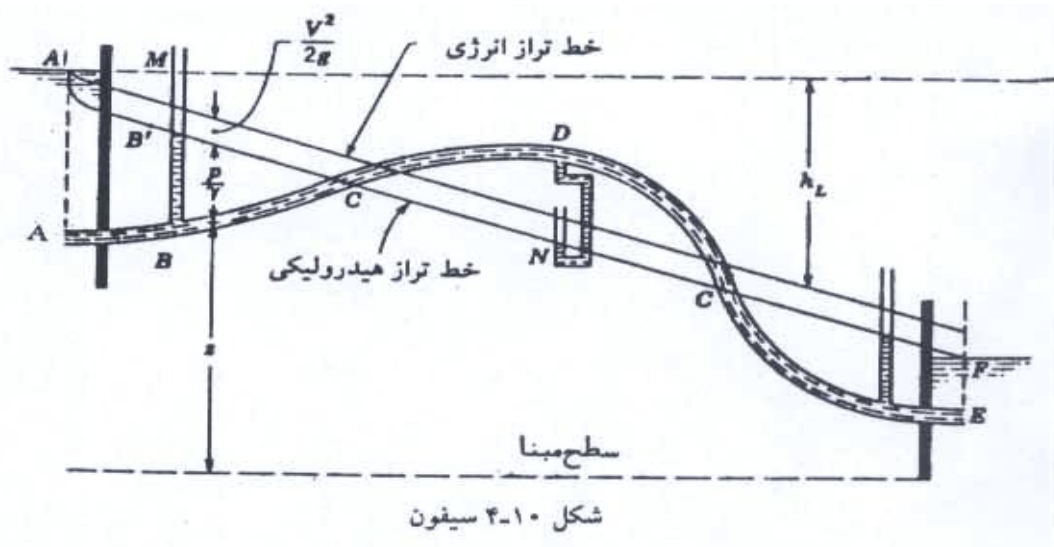
از طرفی با توجه به رابطه انرژی عبارت  $\frac{V^2}{2g}$  نشان دهنده انرژی جنبشی می باشد که بایستی در نظر ..... شود و با محاسبه

این مقدار انرژی جنبشی نسبت به خط تراز انرژی خط جدیدی ترسیم می شود به اندازه  $\frac{V^2}{2g}$  بالای خط تراز انرژی بوده و

خط هیدرولیکی (HGL) نامیده می شود . خط تراز ..... و خط تراز هیدرولیکی پایین تر از موقعیت هندسی لوله قرار گیرد

(مانند شکل 10-4)،  $\frac{P}{\gamma}$  منفی .... شد و لذا در فاصله ای که خط لوله زیر خط تراز هیدرولیکی واقع می شود ، فشار زیر

اتمسفر ..... خواهد داشت. این پدیده را سیفون گویند.



به علت فشار موجود زیر فشار اتمسفر ، هوا یا گازهای دیگر ممکن است که از سیال متصاعد شده و حاصله ممکن است فضایی را در داخل لوله اشغال کند و باعث بهم خوردن جریان عادی سیال گردد ..... مقدار افت ناشی از اصطکاک ، که افت اصلی انرژی می باشد ، بستگی مستقیم با طول لوله جریان خواهد داشت که در اثر اصطکاک ذرات سیال با مسیر عبور جریان بوجود می آید و بنابراین عمده‌تاً تابع مشخصات مسیر جریان است .

مقدار افت ناشی از اصطکاک از فرمول دارسی-رایسباخ  $h_f = f \frac{L}{d} \frac{V^2}{2g}$  محاسبه شده که در فصول بعد بررسی خواهد شد .

$f$ : ضریب اصطکاک

$L$ : طول مسیر لوله

$d$ : قطر لوله

$V$ : سرعت جریان

#### 4-7) ضریب تصحیح انرژی جنبشی

با توجه به اینکه در مسائل حرکت سیالات در مجراهای روباز و بسته از روش تحلیل یک بعدی جریان استفاده می شود و در جریان یک بعدی فرض می شود که جریان با سرعت متوسط  $V$  حرکت می کند و مقطع جریان به صورت یک لوله بزرگ

جریان است و یا به عبارت دیگر سرعت در سطح مقطع یکنواخت فرض می شود ،  $\frac{V^2}{2}$  بیانگر انرژی جنبشی واقعی سیال در واحد جرم است ولی صورتی که توزیع سرعت یکنواخت نباشد بایستی جهت تصحیح انرژی جنبشی در واحد جرم روی سطح مقطع ضربی مانند  $a$  در نظر گرفته شود که  $a \frac{V^2}{2}$  نمایانگر انرژی جنبشی متوسط یا واقعی سیال در واحد جرم سیال عبوری از مقطع باشد .

این ضریب تصحیح انرژی  $a$  برابر است با :

$$a = \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{u}{V} \right)^3 dA$$

$V$ : سرعت متوسط در سطح مقطع

$u$ : سرعت در هر نقطه از سطح مقطع

$A$ : مساحت سطح مقطع

بنابراین معادله انرژی بین دو نقطه 1 و 2 برای سیال تراکم ناپذیر به صورت زیر در می آید:

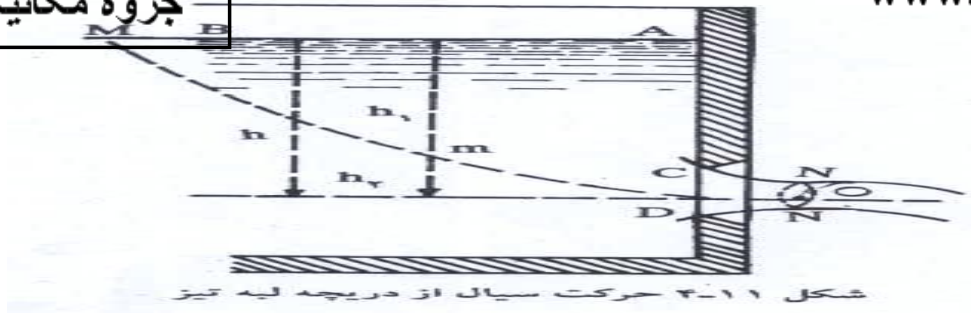
$$\frac{P_1}{\gamma} + a_1 \frac{V_1^2}{2g} + z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + z_2 + (h_f)_{1-2}$$

برای جریان آرام در لوله ها  $a=2$  و برای جریانهای آشسته در لوله ها مقدار  $a$  بین  $1/10 < a < 1/01$  تغییر می کند و در صورتی که توزیع سرعت یکنواخت باشد  $a=1$  خواهد بود و بجز در کارهای دقیق در سایر موارد از آن صرف نظر شده و برابر واحد در نظر گرفته می شود

#### 4-8) ضریب تصحیح اندازه حرکت

با توجه به اینکه سرعت در تمامی مقطع سطح کنترل ثابت نمی باشد بنابراین برای تصحیح آن ضربی در نظر گرفته می شود که به آن ضریب تصحیح اندازه حرکت  $\beta$  گویند . ضریب تصحیح اندازه حرکت برابر است با :





شکل ۴-۱۱ حرکت سیال از دریچه لبه تیز

$$\beta = \frac{1}{A} \int_A \left( \frac{u}{V} \right)^2 dA$$

برای جریان آرام درون لوله مدور مستقیم مقدار  $\beta = \frac{4}{3}$  و برای جریان یکنواخت  $\beta = 1$  بوده و همواره  $\beta > 1$  خواهد بود. بنابراین معادله اندازه حرکت بین دو مقطع و برای سیال تراکم ناپذیر به صورت زیر در می آید:

$$F = m(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1) = \rho Q(\beta_2 V_2 - \beta_1 V_1)$$

## 4-9 کاربردهای معادله برنولی

### 4-9-1 حرکت سیال از دریچه برنولی

دریچه لبه تیز CD را در شکل (4-11) در نظر می گیریم. فرض می کنیم که سطح سیال داخل ظرف همواره ثابت باشد. سیال هنگام خروج از دریچه ابتدا متقارب شده و پس از خروج واگرا می شود. رابطه برنولی را بین نقطه M واقع در سطح سیال و نقطه O در مرکز مقطع N-N می نویسیم. با توجه به اینکه سرعت سیال در نقطه M برابر صفر بوده و همچنین فشار در نقطه O و M برابر فشار اتمسفر می باشد، بنابراین:

$$\frac{P_M}{\gamma} + \frac{V_M^2}{2g} + z_M = \frac{P_O}{\gamma} + \frac{V_O^2}{2g} + Z_0$$

فرض می کنیم خط مبنا خط عبوری از مرکز مقطع N-N باشد بنابراین  $Z_0=0, Z_M=h$  فشار اتمسفر  $P_M=P_O$  در نتیجه:

$$h = \frac{V_O^2}{2g} \Rightarrow V_O = \sqrt{2gh}$$

در صورتی که A: سطح مقطع N-N و  $V_O$ : سرعت در مرکز ثقل مقطع N-N و به عنوان سرعت تمام نقاط در مقطع باشد، بنابراین:

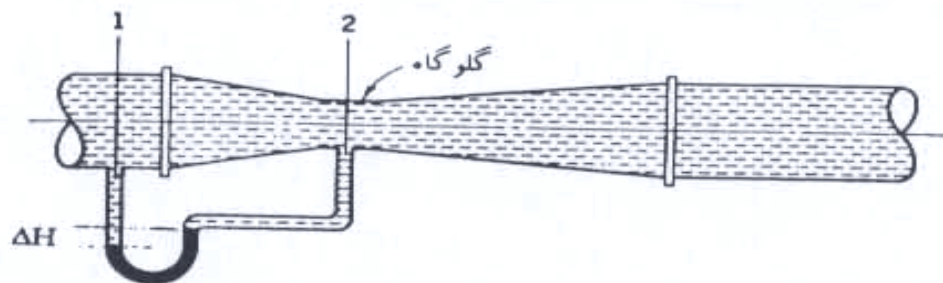
$$Q = AV_O = A\sqrt{2gh}$$

در واقع سرعت در مقطع N-N یکنواخت نیست بلکه سرعت در پایین خط مینا بیشتر و در بالای خط مینا کمتر است بنابراین برای شدت جریان واقعی بایستی در ضریبی به نام شدت جریان ( $C_d$ ) ضرب شود (که در فصول بعد این موضوع بررسی خواهد گردید) یعنی

$$Q = C_d A \sqrt{2gh}$$

### ونتوری متر

با توجه به شکل (4-12)، چون سطح مقطع 1 بزرگتر از مقطع 2 است. بنابراین سرعت در مقطع 1 کمتر و فشار بیشتر است. خط مینا را در محور ونتوری متر در نظر می گیریم.



شکل ۴-۱۲ ونتوری متر

معادله برنولی را بین مقاطع 1 و 2 می نویسیم (سیال را تراکم نا پذیر فرض می کنیم) بنابراین :

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} + Z_1 = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + Z_2$$

با توجه به شکل  $\frac{P_1 + P_2}{\gamma} = \Delta H, Z_1 = Z_2 = 0$  است، بنابراین :

$$\frac{P_1 - P_2}{\gamma} = \Delta H = \frac{V_2^2 - V_1^2}{2g}$$

از معادله پیوستگی برای مقاطع 1 و 2 داریم :

$$Q = V_1 A_1 = V_2 A_2 \Rightarrow V_1 = \frac{Q}{A_1}, V_2 = \frac{Q}{A_2}$$

بنابراین :

$$\Delta H = \frac{Q^2}{2g} \left( \frac{A_1^2 - A_2^2}{A_1^2 A_2^2} \right) \Rightarrow Q = \frac{A_1 A_2}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}} \sqrt{2g \Delta H}$$

$$C = \frac{A_1 A_2}{\sqrt{A_1^2 - A_2^2}} \sqrt{2g}$$

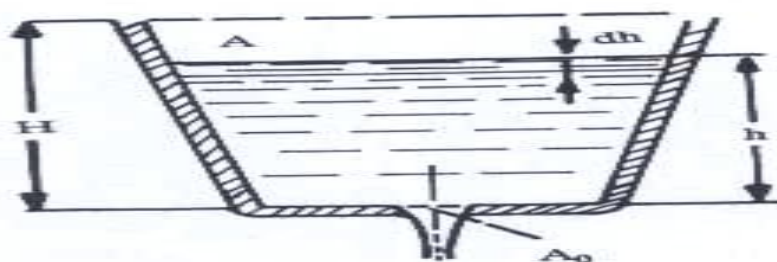
مقدار ثابتی است بنابراین :

$$Q = C \sqrt{\Delta H}$$

رابطه فوق نشان دهنده این است که  $Q$  تابعی از  $\Delta H$  است و بنابراین می توان فشار سنج را مستقیماً بر حسب شدت جریان مدرج کرد .

### 4-9-3 مدت زمان تخلیه یک مخزن

مخزن حاوی سیالی را در نظر می گیریم که در زیر آن دریچه ای جهت تخلیه سیال وجود دارد . می خواهیم کاهش تدریجی ارتفاع آب مخزن را که باعث کاهش تدریجی سرعت خروج آب و در نتیجه کاهش شدت جریان می شود ، بررسی کنیم .



شکل ۴-۱۳ تخلیه آب از یک مخزن

اگر سطح مخزن

نسبت به سطح دریچه با اندازه کافی بزرگ باشد می توان از سرعت نقاط داخل مخزن صرف نظر کرده و با بکار بردن معادله برنولی سرعت سیال را در هر لحظه مشخص کرد .

با فرض اینکه :

$h$ : ارتفاع سطح سیال نسبت به دریچه

$A$ : سطح سیال در لحظه  $t$

فرض می کنیم پس از زمان  $dt$  سطح سیال به اندازه  $dh$  پایین آمده و در نتیجه حجم آن به اندازه  $Adh$  کاهش پیدا خواهد کرد. این کاهش حجم برابر مقدار سیالی است که در زمان  $dt$  از دریاچه با دبی  $Q$  خارج شده که مقدار آن برابر  $Qdt$  خواهد بود. بنابراین:

$$Adh = -Qdt$$

فرض کنیم دریاچه از نوع لبه تیز باشد در نتیجه  $Q = C_d A_0 \sqrt{2gh}$  است ف بنابراین:

$$Adh = -C_d A_0 \sqrt{2gh} dt$$

با توجه به ثابت بودن  $C_d$  می توان جهت تعیین مدت زمان لازم  $t$  جهت تخلیه کامل مخزن، از این رابطه انتگرال گیری کرد. بنابراین:

$$t = -\frac{1}{C_d A_0 \sqrt{2gh}} \int_H^0 A \frac{dh}{\sqrt{h}}$$

با داشتن رابطه بین تغییرات سطح مقطع مخزن نسبت به ارتفاع  $h$  می توان از رابطه انتگرال گیری کرد.

اگر شکل هندسی مخزن به صورت منشور و یا اسطوانه باشد یعنی مقدار  $A$  با تغییر  $h$  ثابت بماند رابطه به صورت زیر در می آید:

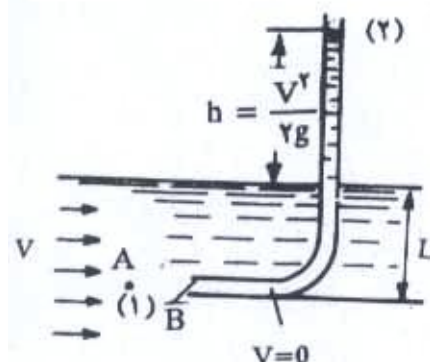
$$t = -\frac{1}{C_d A_0 \sqrt{2gh}} \int_H^0 A \frac{dh}{\sqrt{h}} = \frac{2A}{C_d A_0 \sqrt{2gh}} \sqrt{H} = \frac{2AH}{C_d A_0 \sqrt{2gh}}$$

به همین روش می توان مدت لازم جهت پر شدن منبع را که توسط دریاچه ای که در زیر آن تعبیه شده بدست آورد.

#### 4-9-4)لوله پیتوت

لوله پیتوت وسیله ای برای تعیین سرعت جریان است که در شکل (4-14) نشان داده شده است. با توجه به اینکه فشار در نقطه 2 فشار اتمسفر است در صورتی که سرعت در نقطه A برابر  $V$  باشد، سرعت در نقطه B که در نزدیکی لوله پیتوت و فاصله کمی با نقطه A دارد، برابر  $V_0$  بوده که صفر فرض می شود. بین دو نقطه 1 و 2 معادله برنولی را می

نویسیم.



$$\frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g} + Z_A = \frac{P_0}{\gamma} + \frac{V_0^2}{2g} + Z_B$$

با توجه به اینکه  $Z_A = Z_B = 0$  و  $V_0 = 0$  است، بنابراین:

$$\frac{P_0}{\gamma} = \frac{P}{\gamma} + \frac{V^2}{2g}$$

چون  $P_0 > P$  است و با توجه به اینکه  $\frac{P_0}{\gamma} = h + Z$ ،  $\frac{P}{\gamma} = z$  است، بنابراین:

$$\frac{V^2}{2g} = \frac{P_0 - P}{\gamma} = h \Rightarrow V = \sqrt{2gh}$$

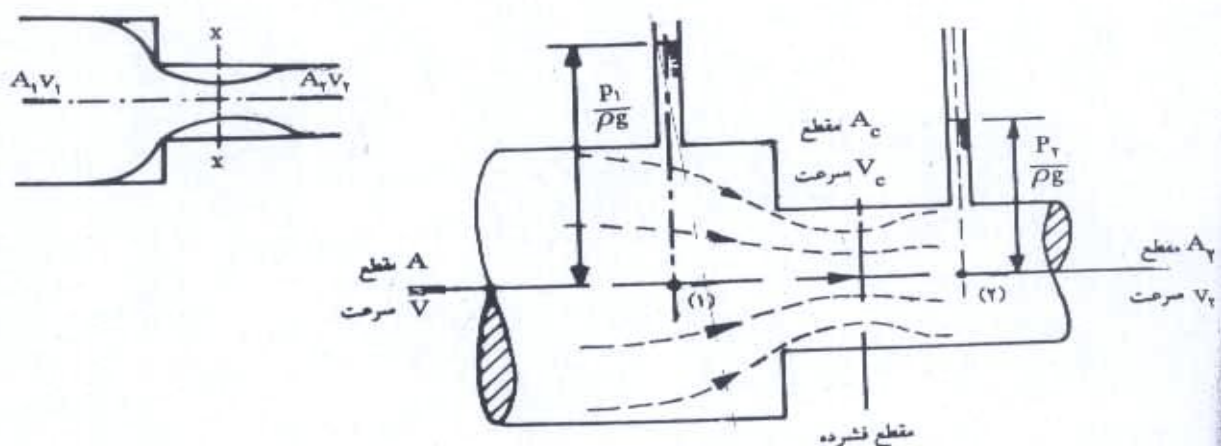
سرعت در نقطه A

این معادله نشان می دهد که ارتفاع  $h$  برابر با ارتفاع نظیر سرعت سیال است.

### فصل پنجم

### جریان عبوری از لوله ها

بحث جریان عبوری از لوله ها را تحت دو عنوان بررسی می کنیم یکی جریان عبوری از لوله های با جدار صاف و دیگری جریان عبوری از لوله های با جدار زبر. در این مباحث فرض شود که جریان متلاطم در لوله ها یک لایه مرزی است که ضخامت آن به اندازه شعاع لوله رشد کرده است. بنابراین جریان در لوله های با جدار صاف زیر لایه مرزی تشکیل می دهد و رابطه بین تنش برشی و تغییرات سرعت از قانون لزجت نیوتن  $\tau = \mu \frac{du}{dy}$  تبعیت می کند. بین لایه مرزی متلاطم و جریان متلاطم در لوله ها شباهت بسیاری وجود دارد. اختلاف بین لایه مرزی متلاطم و جریان متلاطم این است که جریان در لوله ها

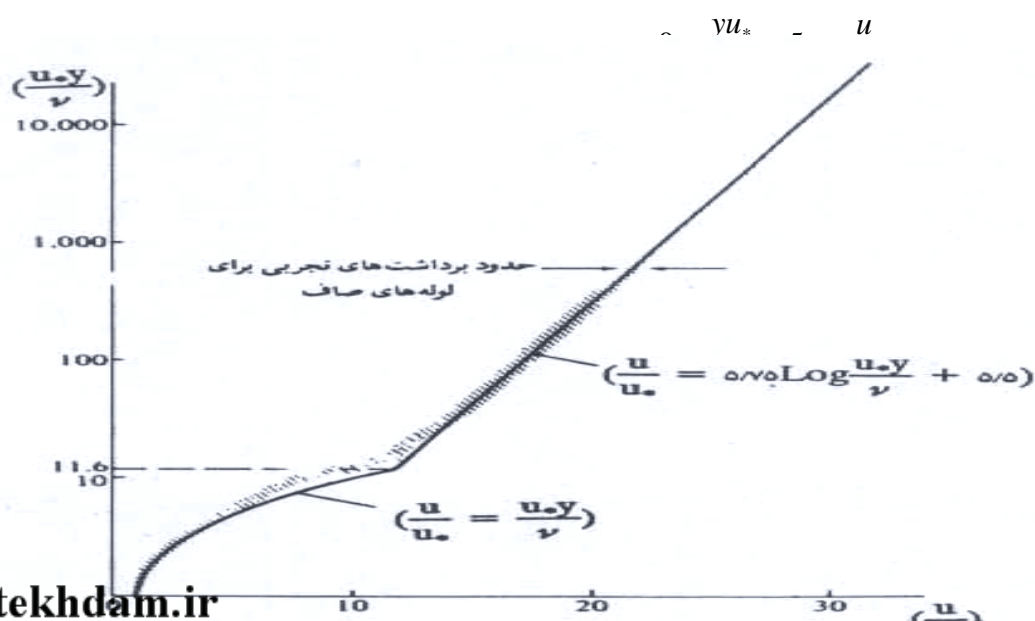


شکل ۷-۷ انقباض ناگهانی (همگرایی)

ها یکنواخت ولی در لایه مرزی متلاطم غیر یکنواخت است.

### 7-1 توزیع سرعت و نیروی مقاومت در لوله های با جدار صاف

با توجه به شباهت زیر لایه مرزی و ناحیه متلاطم نزدیک جدار معادلات توزیع سرعت عبارتند از:



5/5+

همچنین در این حالت نیز می توان به جز در نزدیکی جدار لوله قانون نمایی توزیع سرعت را به کار برد :

$$\frac{u}{u_{Max}} = \left(\frac{y}{r_0}\right)^n$$

y: فاصله از جدار

n بین  $\frac{1}{6}$  تا  $\frac{1}{10}$  متغیر است ولی معمولاً برای جریانهای متلاطم  $\frac{1}{7}$  در نظر می گیریم (قانون یک هفتم).

جدول 1-7- رابطه بین n و Re

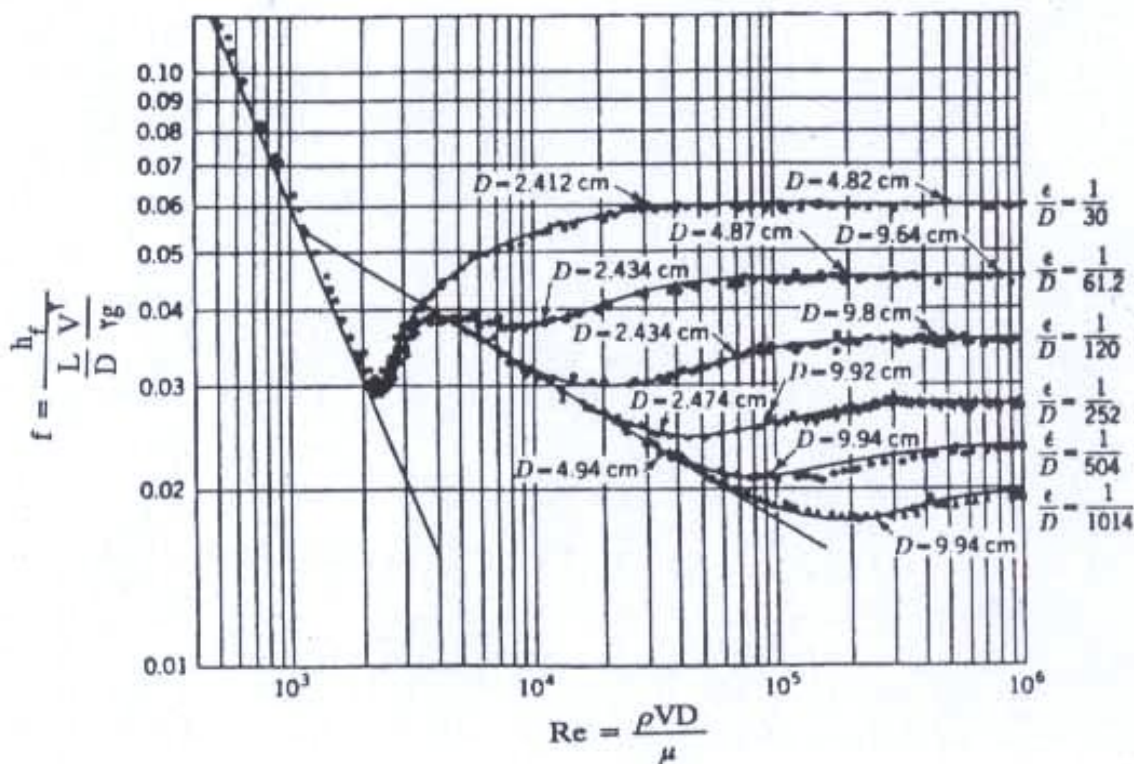
e	$10^3$	$\times 10^4$	$\times 10^5$	$\times 10^6$	$10^6$
n	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{7}$	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{10}$

فرمول دارسی - وایسباخ در فصول قبل بررسی گردید:

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V}{2g}$$

F: ضریب اصطکاک دارسی - وایسباخ که از طریق آزمایش تعیین می شود .

برای تعیین  $f$  نیکورادزه با استفاده از چسباندن دانه های شن با اندازه های مختلف و به فواصل مختلف روی دیواره لوله به طور مصنوعی زبری سطح لوله را ایجاد و نمودار  $f$  را بر حسب رینولدز جریان  $Re$  مانند شکل (7-2) ترسیم کرد.



شکل ۷-۲ نتایج آزمایشات نیکورادزه با لوله های زیر شده بوسیله دانه های شن

برای

جریان آرام همانطوری که قبلاً اشاره  $f = \frac{64}{Re}$  است .

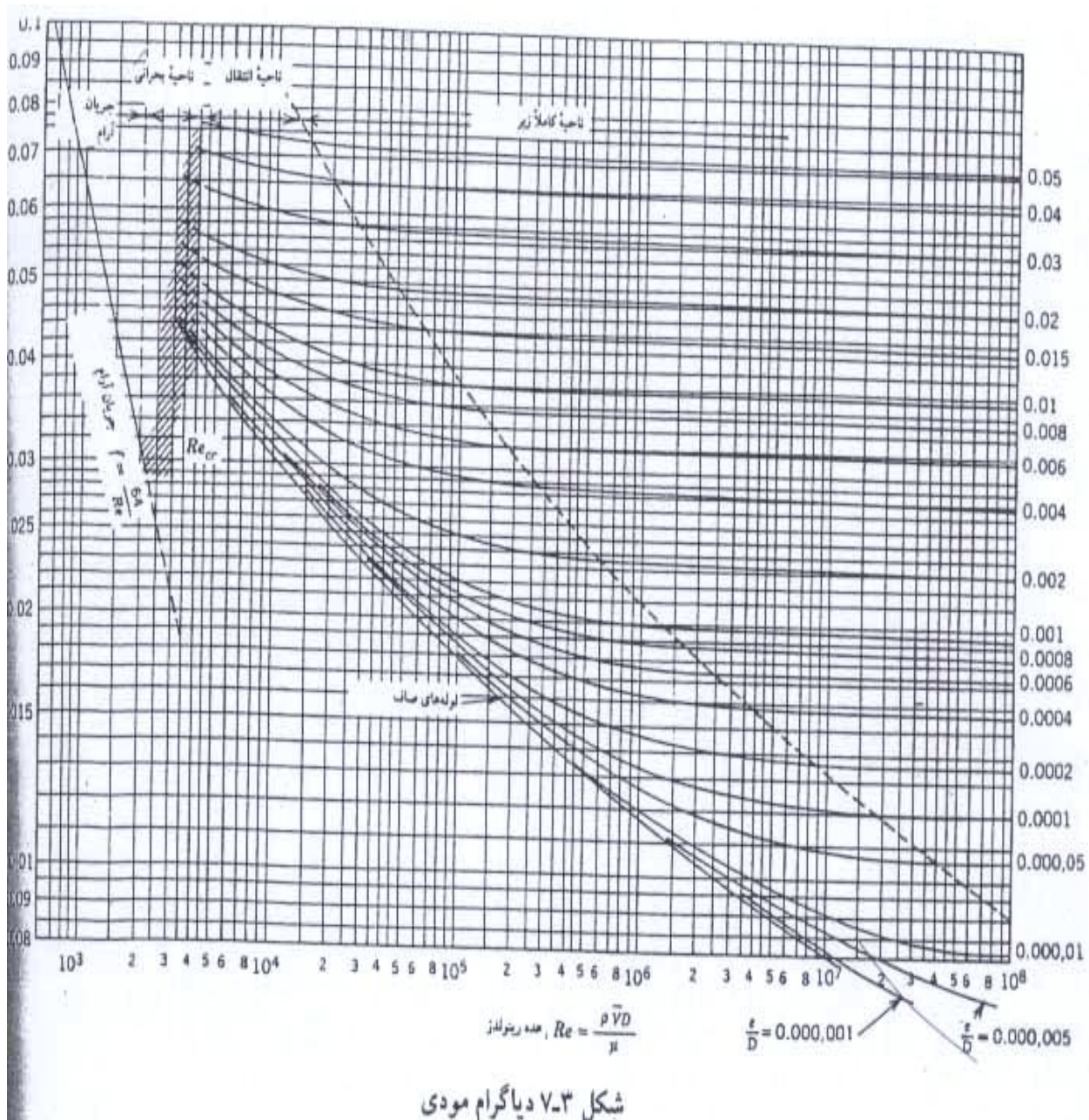
نمودار  $f$  بر حسب  $Re$  یک هذلولی قائم الزاویه است که در کاغذ لگاریتمی به خط راست تبدیل می شود . همانطور که در نمودار مشاهده می شود بعد از عدد رینولدز بحرانی کلیه منحنی های مربوط به زبری های مختلف بر منحنی لوله صاف منطبق می باشند و سپس از روی آن جدار می شوند به طوری که هر چه زبری بیشتر باشد این جدا شدن زودتر رخ می دهد. به ناحیه ای از هر منحنی که بر منحنی لوله صاف منطبق است ناحیه لوله صاف جریان گویند .

پس از عبور جریان از حالت آرام هر منحنی به خط مستقیمی به موازات محور افقی تبدیل می شود و در این حالت  $f$  مستقل از  $Re$  است . این ناحیه را ناحیه لوله زبر جریان گویند و ناحیه بین ناحیه لوله زبر و فاصله لوله صاف جریان را ناحیه انتقال گویند .



همانگونه که در شکل (7-3) مشخص است بجز منحنی لوله صاف بری هر منحنی دیگر از هر سه ناحیه می گذرد که موقعیت و وسعت هر ناحیه به زبری لوله بستگی دارد.

مودی (Moody) مطالعات وسیعی را بر روی لوله های تجارتي انجام و نمودار ضریب اصطکاک  $f$  را بر حسب زبری نسبی  $d/\epsilon$  و عدد رینولدز  $Re$  برای استفاده عملی ارائه نمود.



هما  
نگو  
نه  
که

در فصل ششم اشاره شد برای جریان در لوله های با جدار صاف و زیر فرمولهای تجربی زیادی بین  $f$ ،  $Re$  بدست آمده که تعدادی از آنها به شرح زیر می باشند:

### 1- برای لوله های صاف

#### 1-1- فرمول بلازیوس

$$f = 0.3164 Re^{-0.25} \quad Re < 10^6$$

#### 1-2- فرمول کلبروک :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \frac{Re \sqrt{f}}{2.51}$$

#### 1-3- فرمول پرانتل

$$f = \frac{1}{[2 \log(Re \sqrt{f}) - 0.8]^2} \quad Re < 4 \times 10^6$$

#### 1-4- فرمول نیکورادزه :

$$f = 0.0032 + 0.221 Re^{-0.237} \quad 10^5 < Re < 10^8$$

### 2- برای لوله های زیر

#### 2-2- فرمول کلبروک:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = -2 \log \left( \frac{\varepsilon}{3.71d} + \frac{2.51}{Re \sqrt{f}} \right)$$

#### 2-2- فرمول پرانتل:

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 2 \log \left( \frac{\varepsilon}{d} \right)$$

#### 2-3- برای ناحیه انتقال

#### 1-3- فرمول کلبروک :

$$\frac{1}{\sqrt{f}} = 1.14 - 2 \log \left( \frac{\varepsilon}{d} + \frac{9.35}{Re \sqrt{f}} \right)$$

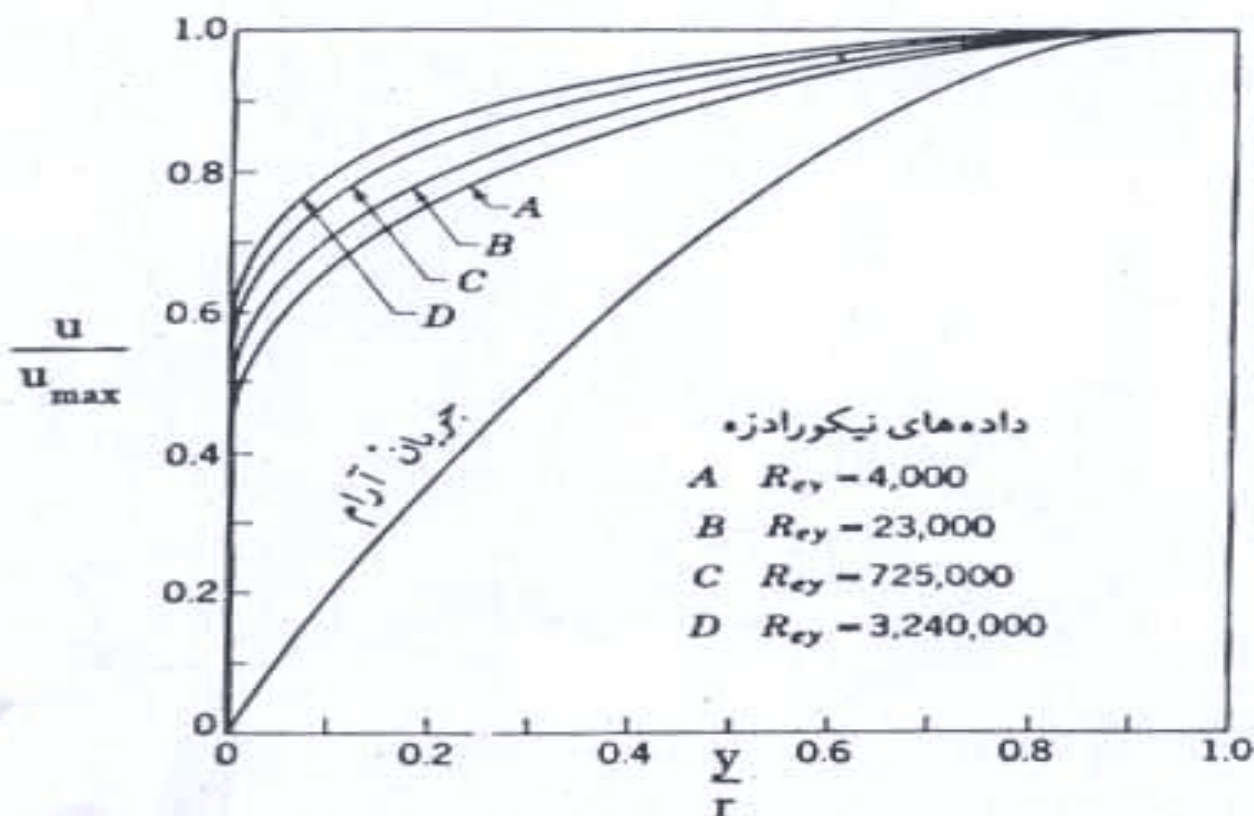
### 3-2- برای محدوده وسیعی از ناحیه انتقال و زیر :

$$f = \frac{0.25}{\log \left\{ \left[ \left( \frac{\varepsilon}{3.7d} \right) + \left( \frac{5.74}{Re^{0.9}} \right) \right]^2 \right\}}$$

همچنین به غیر از فرمولهای تجربی با استفاده از دیاگرام مودی و جداول لوله های مختلف می توان ضریب اصطکاک  $f$  را تعیین نمود .

در جریان متلاطم عبوری از یک لوله صاف به شعاع  $r$ ، نیکورادزه با ترسیم توزیع سرعت  $\frac{u}{u_{max}}$  در برابر  $\frac{y}{r}$  و با اعداد رینولدز نسبتاً کم منحنی هایی بدست آورد که در شکل (4-7) نشان داده شده است . در این شکل  $y$  نشان دهنده فاصله شعاعی از

جداره لوله است . با بررسی این منحنی ها رابطه زیر بدست آمد:

$$\frac{u}{u_{max}} = \left( \frac{y}{r_0} \right)^n$$


شکل ۴-۷ پروفیل سرعت برای جریانهای آرام و متلاطم

برای اعداد رینولدز  $4000 < Re < 3 \times 10^6$  مقدار  $n$  بین  $\frac{1}{6}$  تا  $\frac{1}{10}$  متغیر است که معمولاً برای جریان متلاطم از توان  $\frac{1}{7}$  استفاده می شود و به همین دلیل آن را قانون یک هفتم گویند .

بلازیوس برای لوله های صاف فرمول تجربی زیر را برای تنش برشی در جداره لوله بدست آورد که به فرمول اصطکاک بلازیوس معروف است .

$$\tau_w = 0.03325 \rho u^{-2} \left( \frac{v}{Re u} \right)^{0.25} \quad \text{در سیستم انگلیسی برای } (Re < 3 \times 10^6)$$

$$\bar{u} = \frac{q}{A}$$

### افت های موضعی و اصطکاکی

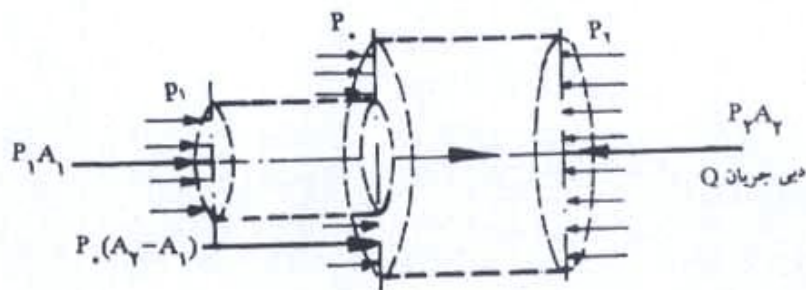
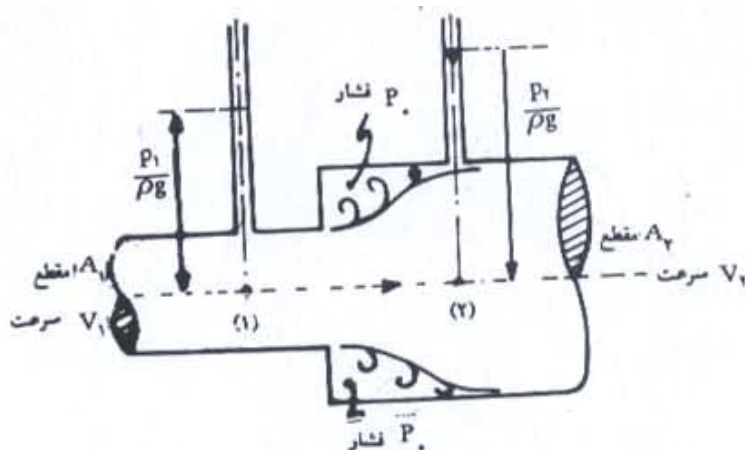
برای محاسبه افت در یک لوله ابتدا با تعیین عدد رینولدز باید نوع جریان را مشخص کرد و با تعیین نوع جریان با توجه به فرمولها و جداول ، افت را محاسبه می کنیم . افت کل لوله مجموع افت های موضعی و اصطکاکی است .

### افت های موضعی

علاوه بر افت های ناشی از اصطکاک سطحی لوله ، بایستی افت های ناشی از انبساط و انقباض ناگهانی مقاطع ، زانویی ها ، شیرها و سایر اتصالات را نیز محاسبه کرد . معمولاً فرمول عمومی افت های موضعی به صورت  $h_f = K \frac{V^2}{2g}$  نشان داده می شود .  
افت های موضعی در لوله های طولانی با توجه به مقدار زیاد افت ناشی از اصطکاک قابل صرف نظر می باشد . افت های موضعی در اثر تغییر ناگهانی مقدار یا جهت سرعت به وجود می آید که این خود باعث تلاطم در جریان و کاهش انرژی در اثر جریان می شود .

### انبساط ناگهانی مقاطع (واگرایی)

همانند شکل (5-7) در صورتی که سرعت متوسط در مقطع 1،  $V_1$ ، معلوم باشد از معادله پیوستگی می توان سرعت را در مقطع 2،  $V_2$ ، تعیین کرد . همانگونه که در شکل نشان داده شده به علت تغییرات سریع مقطع ، جریان نمی تواند شکل زوایای به وجود آمده را به خود بگیرد و این باعث ایجاد جدایش در گوشه های این زوایا و تحلیل انرژی می شود . واگرایی ناگهانی سطح مقطع لوله باعث ازریاد فشار از  $P_1$  به  $P_2$  و کاهش سرعت از  $V_1$  به  $V_2$  می شود . همچنین به علت جدایش ، تلاطم شدید بوجود می آید که تا مسافتی (حدود 5 برابر قطر لوله) این تلاطم ادامه دارد .



شکل ۷-۵ انبساط ناگهانی (واگرایی)

فشار در قسمت گشادگی ( $P_0$ ) تقریباً برابر فشار  $P_1$  است یعنی  $P_0 \equiv P_1$  با در نظر گرفتن حجم کنترل و نوشتن معادله اندازه حرکت (ممنتوم) داریم :

تغییرات اندازه حرکت (ممنتوم) = نیروی وارد بر سیال در جهت جریان

$$P_1 A_1 - P_2 A_2 + P_0 (A_2 - A_1) = \rho Q (V_2 - V_1)$$

معادله پیوستگی  $P_0 = P_1, Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$  با توجه به اینکه

$$\Rightarrow (P_1 - P_2) A_2 = \rho A_2 V_2 (V_2 - V_1) \quad \text{یا} \quad P_1 - P_2 = \rho V_2 (V_2 - V_1) \quad (I)$$

با نوشتن معادله برنولی نسبت به محور بین دو نقطه داریم :

$$\frac{P_1}{\gamma} + \frac{V_1^2}{2g} = \frac{P_2}{\gamma} + \frac{V_2^2}{2g} + h_f \Rightarrow h_2 = \frac{(P_1 - P_2)}{\gamma} = \frac{(V_1^2 - V_2^2)}{2g} \quad (II)$$

$$(I), (II) \Rightarrow h_f = \frac{V_2^2}{g} - \frac{V_1 V_2}{g} + \frac{(V_1^2 - V_2^2)}{g} \Rightarrow h_f = \frac{(V_1 - V_2)^2}{2g}$$

پیوستگی  $V_2 = \frac{A_1 V_1}{A_2}$  از معادله (IV)

جایگذاری IV در III  $\Rightarrow h_f = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2 \frac{V_1^2}{2g} \left[1 - \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2\right]^2$

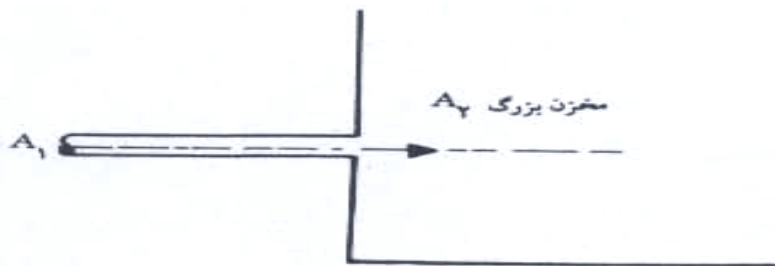
$$\Rightarrow h_f = \frac{V_2^2}{2g} \left(\frac{A_2}{A_1} - 1\right) = \frac{V_2^2}{2g} \left[\left(\frac{D_2}{D_1}\right)^2 - 1\right]^2$$

طرفی  $h_f = K \frac{V_1^2}{2g}$  از

بنابراین  $K = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right)^2$

در حالتی که لوله همانند شکل (6-7) به مخزن بزرگی متصل شود، با توجه به این که سطح مقطع لوله ( $A_1$ ) نسبت به سطح مقطع مخزن ( $A_2$ ) بسیار کوچک است لذا می توان از نسبت  $\frac{A_1}{A_2}$  صرف نظر کرد بنابراین:

$K = \left(1 - \frac{A_1}{A_2}\right) \equiv 1$  و نتیجه  $h_f = \frac{V_1^2}{2g}$  است



شکل ۶-۷ افت در محل ورود سیال به مخزن

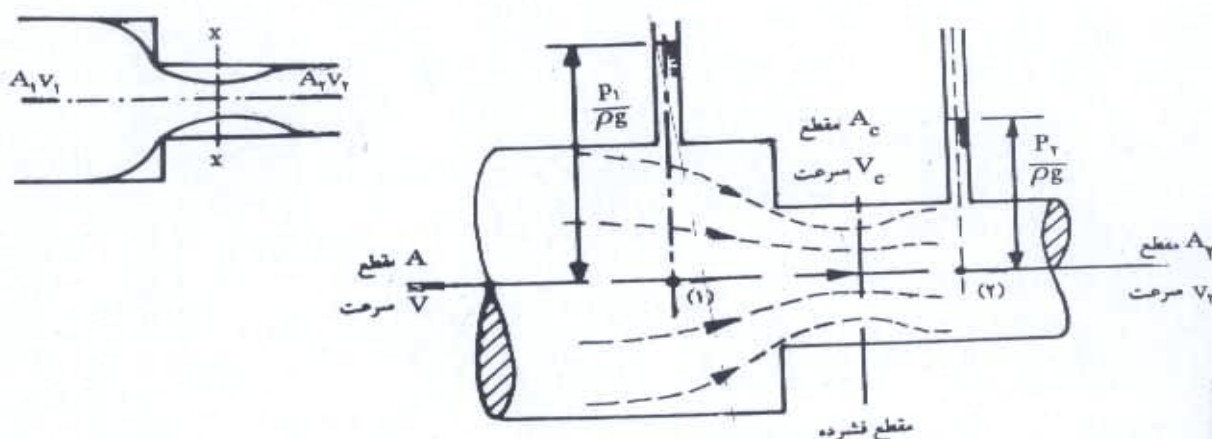
انقباض ناگهانی (همگرایی)



افت انرژی در این حالت نیز ناشی از افت در اثر اصطکاک و افت در اثر تشکیل گرداب در اطراف جریان و کناره لوله می باشد . خطوط جریان در آستانه ورود به لوله کوچکتر به حدی متراکم می شوند که سطح مقطع جریان کوچکتر از سطح مقطع لوله می شود که این مقطع فشرده ( $A_c$ ) گویند .

افت انرژی ناشی از انقباض ناگهانی خطوط جریان بسیار کم است و فقط باز شدن مجدد خطوط جریان از یکدیگر موجب افت اصلی انرژی می شود .

با استفاده از فرمول افت که برای انبساط ناگهانی بدست آمده داریم :

$$h_f = \frac{(V_c - V_2)^2}{2g}$$


شکل ۷-۷ انقباض ناگهانی (همگرایی)

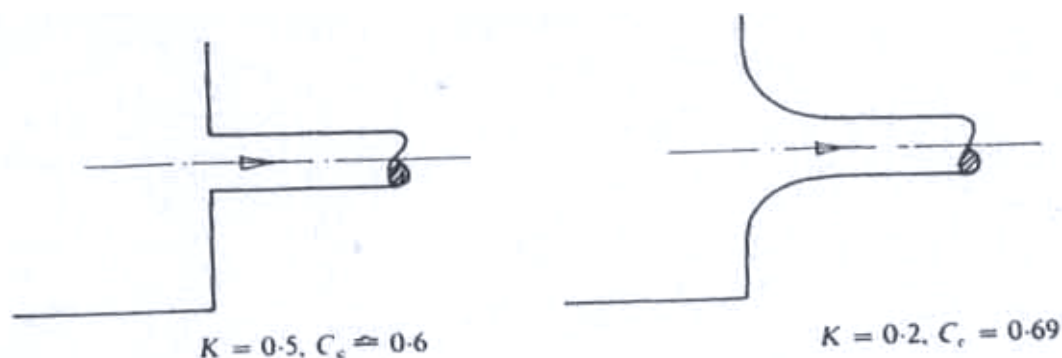
$C_c$ : ضریب فشردگی  $\Rightarrow A_c = C_c A_2$  برای انقباض ناگهانی مقطع

پیوستگی  $A_c V_c = A_2 V_2 \Rightarrow V_c = \frac{A_2 V_2}{A_c} = \frac{A_2 V_2}{C_c A_2} \Rightarrow V_c = \frac{V_2}{C_c}$  از معادله

بنابراین  $h_f = \frac{\left(\frac{V_2}{C_c} - V_2\right)^2}{2g} = \frac{V_2^2}{2g} \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2 \Rightarrow K = \left(\frac{1}{C_c} - 1\right)^2$

از طرفی  $h_f = K \frac{V_2^2}{2g}$

که در این حالت  $K$  را ضریب همگرایی گویند .



شکل ۷-۸ جریان سیال از مخزن به لوله

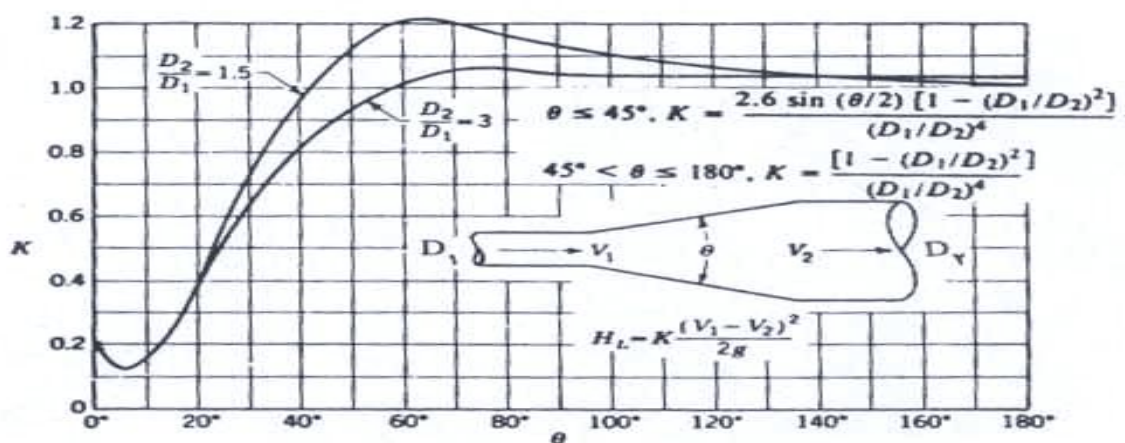
در

صورتی که مانند شکل (۷-۸-الف) جریان سیال از مخزن به لوله باشد افت انرژی به مسزان ضریب فشردگی  $C_c$  بستگی دارد و با کاهش این ضریب می توان افت انرژی را کاهش داد (مانند شکل (۷-۸-ب) از بین بردن زوایای قائم).

### انبساط تدریجی (انبساط مخروطی)

افت انرژی ناشی از انبساط تدریجی متناسب با فرم و زاویه رأس مخروط است. این افت شامل اثرات اصطکاک لوله در طول انبساط و تلاطم گردابی است و از فرمول زیر بدست می آید :

$$h_f = K \frac{(V_1 V_2)^2}{2g}$$



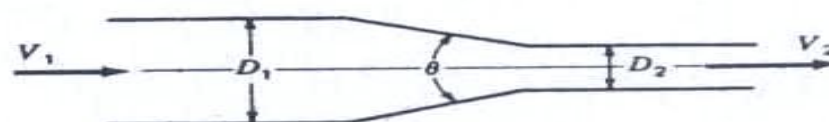
شکل ۷-۹ ضریب افت در انبساط تدریجی (مخروطی)



همانگونه که از نمودار شکل (7-9) مشخص می شود و در صورت وجود زاویه رأس بسیار کوچک مقدار افت بستگی کامل به اصطکاک لوله در طول انبساط دارد و در صورت افزایش زاویه رأس و تغییر ناگهانی قطر اصطکاک لوله در طول انبساط کم شده و تلاطم گردابی افزایش می یابد .

### انقباض تدریجی (انقباض مخروطی)

افت انرژی در اثر انقباض تدریجی بسیار کم است و می توان از آن صرف نظر کرد . در شکل (7-10) فرمولهای مربوطه برای تعیین K داده شده است .



$$\theta \leq 45^\circ, K = \frac{0.8 \sin (\theta/2) [1 - (D_2/D_1)^2]}{(D_2/D_1)^4}$$

$$45^\circ < \theta \leq 180^\circ, K = \frac{0.5 [1 - (D_2/D_1)^2] \sqrt{\sin \frac{\theta}{2}}}{(D_2/D_1)^4}$$

شکل ۷-۱۰ ضریب افت برای انقباض تدریجی (مخروطی)

### افت در اتصالات (زانویی ، شیر و ...)

افت ناشی از اتصالات نیز از فرمول عمومی  $h_l = K$  تعیین می شود که در این فرمول K ضریب افت و V سرعت سیال در پایین دست محل اتصال است . مقدار K به صورت تقریبی در جدول 7-2 آورده شده است .

جدول 7-2 ضریب افت (K) برای اتصالات

نوع اتصال	ضریب افت (K)	نوع اتصال	ضریب افت (K)
زانویی ۴۵°	۰/۳۵-۰/۴۵	سه راهی استاندارد	۱/۸
زانویی ۹۰°	۰/۵-۰/۷۵	شیر تویی (کاملاً باز)	۱۰
زانویی استاندارد	۰/۹	شیر زاویه ای (کاملاً باز)	۵
زانویی با شعاع متوسط	۰/۷۵	شیر یکطرفه (کاملاً باز)	۱

افت‌های موضعی و لوله‌های متفرقه غیر اصلی را با طولی از لوله اصلی که افتی معادل آن ایجاد می‌نماید، جایگزین می‌نمایند. این طول را طول معادله ( $L_e$ ) گویند.

$$f \frac{L_e}{D} \frac{V^2}{2g} = K \frac{V^2}{2g} \Rightarrow L_e = \frac{KD}{f}$$

K: ضریب افت موضعی یک اتصال یا مجموع ضرایب افت موضعی چند اتصال است.

### معمولاً برای محاسبه کل افت بایستی موارد زیر را در نظر داشت:

افت اتصالات + افت خروجی + افت مقطع انقباض یافته + افت مقطع انبساط یافته + افت اصطکاک لوله‌ها + افت ورودی = کل افت  
به طور کلی دو لوله را با هم یا یک سیستم لوله کشی معادل گویند در صورتی که برای یک دبی معین افت هد یکسان باشد.

### افت انرژی در خطوط لوله

افت انرژی را در دو حالت کلی شبکه‌های تک مسیری و چند مسیری بررسی می‌کنیم:

**1 خطوط لوله تک مسیری:** در این حالت با به کار بردن معادلات برنولی و پیوستگی جریان می‌توان مجهولات در حالات زیر را تعیین کرد:

(1) شدت جریان ( $Q$ )، ضریب زبری و قطر لوله ( $D$ ) در یک مقطع معلوم، تعیین شرایط جریان در مقطع دیگر مورد نظر است: با استفاده از معادله برنولی، معادله پیوستگی و دیاگرام مودی مجهولات تعیین می‌شوند.

(2) با معلوم بودن شدت جریان ( $Q$ ) قطر لوله ( $D$ ) و ضریب زبری، افت انرژی و تغییرات فشار در طول مسیر مورد نظر است: با استفاده از معادله برنولی، معادله پیوستگی و دیاگرام مودی مجهولات تعیین می‌شوند.

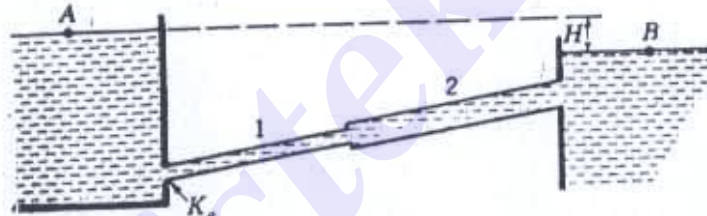
(3) فشار در چند مقطع، ضرایب زبری و قطر لوله معلوم، از دیاگرام مودی مقداری برای  $f$  حدس می‌زنیم و با استفاده از این مقدار و بدست آوردن سرعت عدد رینولدز را محاسبه کرده و سپس به ازای این عدد رینولدز و زبری نسبی،  $f$  را از دیاگرام

مودی بدست آورده در صورتی که با مقدار  $f$  قبلی یکسان نبود مجدداً با این مقدار کار را ادامه می دهیم تا جایی که مقادیر متوالی  $f$  تفاوت چندانی نداشته باشند و با دانستن  $f$  و تعیین  $V$ ، دبی  $Q$  بدست می آید.

4) فشار در دو مقطع و شدت جریان  $Q$  و جنس لوله معلوم، تعیین قطر لوله مورد نظر است: با نوشتن معادله برنولی و بدست آوردن این معادله بر حسب قطر  $D$  و  $f$  از دیاگرام مودی  $f$  را حدس زده و  $D$  را حساب می کنیم و سپس سرعت و عدد رینولدز را محاسبه کرده و با توجه به جنس لوله و تعیین  $D$ ، زبری نسبی را بدست آورده و مجدداً از دیاگرام مودی ضریب اصطکاک را بدست آورده و محاسبات را با این مقدار جدید تکرار می کنیم و این عمل را تا زمانی که مقادیر متوالی  $f$  تفاوت چندانی نداشته باشند ادامه می دهیم.

### خطوط لوله سری

در صورتی که در یک خط لوله، چند لوله با طول، قطر و اتصالات مختلف به هم متصل باشند (انتهای هر لوله به انتهای لوله دیگر طوری متصل باشند که سیال در یک خط پیوسته بدون انشعاب جریان یابد) این خط لوله را خط لوله به صورت سری (متوالی) می گویند.



شکل ۷-۱۱ خطوط لوله سری

در حالت سری: 1- دبی در تمام قسمتهای لوله یکسان است. 2- افت هد کل بین دو نقطه ابتدا و انتهای خط لوله برابر مجموع افت بخش های مختلف لوله و اتصالات مختلف خواهد بود. به عبارت دیگر:

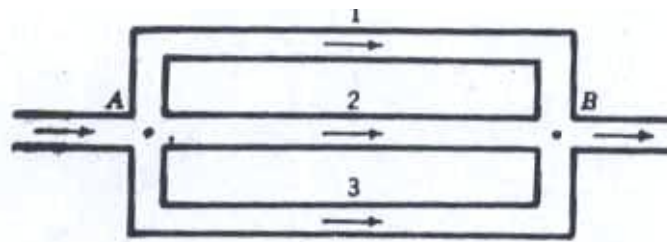
$$Q = Q_i = \text{ثابت}$$

$$h_{\text{کل}} = h_1 + h_2 + \dots = \sum h_i$$

برای حل بایستی ابتدا یک لوله معادل را بدست آوریم.

### خطوط لوله موازی:

در صورتی که در خط لوله ، یک خط لوله جریان به دو یا چند خط لوله جداگانه منشعب شود و مجدداً به یکدیگر متصل شوند این خطوط لوله را خط لوله به صورت موازی گویند .



شکل ۷-۱۲ خطوط لوله موازی

کل (Q) به دبی های  $Q_1$  و  
2- افت هد بین دو اتصال  
لوله بین این دو اتصال

در حالت موازی: 1- دبی

$Q_2$  و..... تقسیم می شوند

ابتدا و انتها برای هر خط

یکسان است . به عبارت دیگر :

$$Q_{\text{کل}} = Q_1 + Q_2 + \dots = \sum Q_i$$

$$h_{\text{کل}} = h_1 = h_2 = \dots = h_i$$

در این حالت مسائل ممکن است در دو قالب مطرح گردد :

1) افت انرژی ، مشخصات لوله و سیال معلوم است و شدت جریان (Q) در هر یک از لوله ها و شدت جریان کل ( $Q_{\text{کل}}$ ) مورد نظر است :

با به دست آوردن زبری نسبی ( $\frac{\epsilon}{D}$ ) و از دیاگرام مودی مقدار  $f$  را حدس می زنیم و با استفاده از فرمول دارسی-وایسباخ سرعت را بدست می آوریم . و سپس با محاسبه عدد رینولدز و استفاده مجدد از دیاگرام مودی  $f$  را بدست آورده و محاسبات را با این مقدار جدید تکرار می کنیم و این عمل را تا زمانی که مقادیر متوالی  $f$  تفاوت چندانی نداشته باشد ادامه می دهیم .

2) شرایط جریان در گره ابتدایی شبکه (گره A) ، زبری نسبی و قطر لوله ها معلوم است ، فشار در گره انتهایی در پایین

دست شبکه (گره B) و دبی در هر شاخه مورد نظر است :

برای این منظور مراحل زیر را طی می کنیم :

-دبی عبوری از لوله 1 را فرض می کنیم ( $Q'_1$ )

-با داشتن  $Q'_1$  ، افت هد ( $h'_f$ ) را محاسبه کرده و با استفاده از معادله برنولی  $\frac{P_A - P_B}{\gamma}$  را برای این شاخه محاسبه می کنیم

-با توجه به این که مجموع دبی های بدست آمده در هر شاخه برابر دبی کامل Q نیست ( $Q' = \sum Q'_i$ ) که به نسبت  $Q_1$  ،

$Q_2$  و ... در هر شاخه تقسیم شده است. بنابراین برای اینکه رابطه پیوستگی جریان برقرار باشد بایستی دبی های جدید را به صورت زیر بدست آوریم:

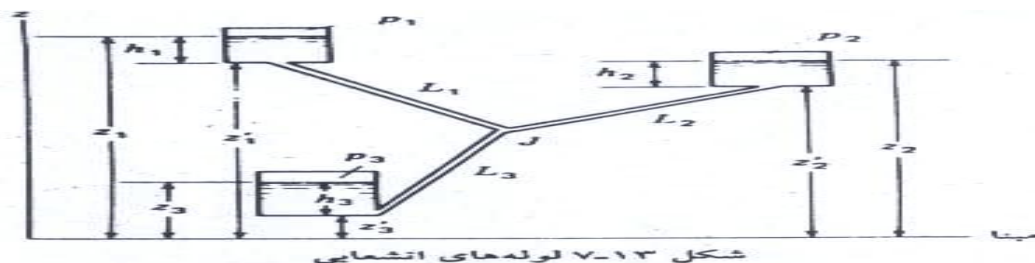
$$Q_1 = \frac{Q'_1}{\sum Q'_i} Q \quad Q''_2 = \frac{Q'_2}{\sum Q'_i} Q, \dots$$

و با این دبی های جدید  $(h''_f)$ ،  $(h''_f)$  و ..... همچنین  $\frac{P_A - P_B}{\gamma}$  را برای هر شاخه بدست می آوریم. این محاسبات را تازمانی که اختلاف فشار شاخه های مختلف به هم نزدیک شوند تکرار می کنیم.

### 7-3) لوله های انشعابی

یک سیستم لوله را که از تجزیه یک یا چند لوله دیگر به وجود می آید، سیستم لوله های انشعابی می گویند. معمولاً این لوله ها از مخازن منشعب می شوند.

سیستم ساده ای از لوله های انشعابی در شکل (7-13) نشان داده شده است. این مخازن در ارتفاعات مختلف قرار گرفته و دارای فشارهای مختلفی می باشند که در نقطه  $J$  به یکدیگر متصل می شوند ولی ارتفاع این نقطه اتصال مشخص نمی باشد.



جهت

واقعی

جریان به

فشار در

مخازن و ارتفاع آنها همچنین قطر، طول و نوع لوله بستگی دارد.

در این بحث با داشتن و یا محاسبه فشار در مخازن و ارتفاع کل در سطح آزاد هر یک از مخازن و همچنین مشخصات هندسی لوله و خواص سیال، دبی جریان در هر لوله و جهت آن را تعیین می نماییم.

برای این منظور اصول زیر را در نظر می گیریم:

1) معادله پیوستگی بایستی در نقطه اتصال  $J$  صدق نماید یعنی کل جریان ورودی به نقطه اتصال  $J$  برابر کل جریان خروجی از آن است.

2) فرض می کنیم که جریان از سمت مخزنی که بزرگترین هد را دارا می باشد به سمت مخازنی که دارای هد کمتری می باشند .

3) معادله اصطکاک داری-وایسباخ ا برای تمام لوله ها به کار می بریم .

برای حل این گونه مسائل به روش زیر عمل می کنیم :

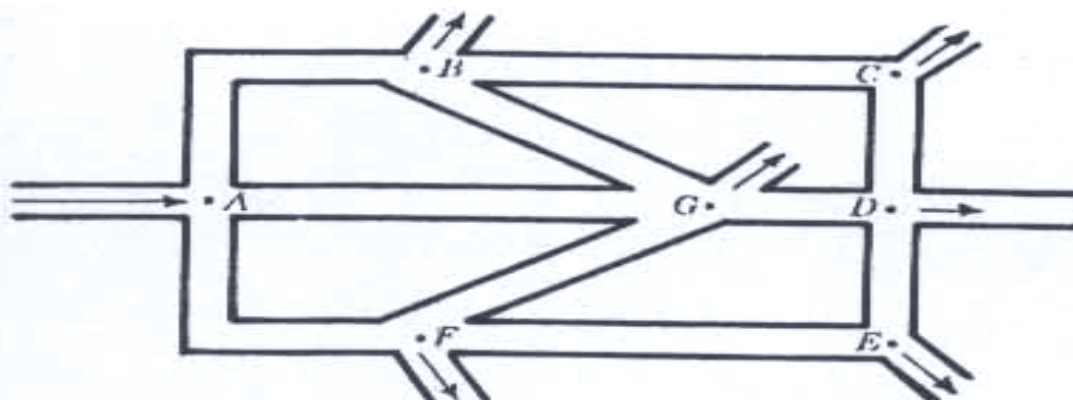
1- ارتفاع خط تراز هیدرولیکی را برای نقطه  $J$  فرض می کنیم.

2- با محابه افت هد نسبت به نقطه اتصال و استفاده از معادله اصطکاک داری-وایسباخ و با حدس  $f$  برای هر لوله ، سرعت  $V$  در هر لوله را بدست آورده و سپس با اشتن  $V$  ، دبی جریان  $(Q)$  عبوری از هر لوله را بدست می آوریم.

3- با فرض جهت جریانی از یک یا دو مخزن به سمت مخازن دیگر بر اساس داشتن بیشتر هد بایستی رابطه پیوستگی برقرار باشد . در صورتی که جریانونرودی به نقطه اتصال زیادتیر ، ارتفاع خط تراز هیدرولیکی در نقطه  $J$  را بیشتر فرض می کنیم تا جریان ورودی به اتصال کاهش یافته و جریان خروجی از آن افزایش یابد . ارتفاع خط هیدرولیکی نقطه اتصال باید بیشتر از ارتفاع هد مخازنی باشد که جریان به آنها وارد می شود زیرا در غیر اینصورت بایستی از این مخازن نیز آب خارج شود که این غیر ممکن است .

### شبکه های لوله

از اتصال تعدادی لوله با نقاط وردی و خروجی زیاد شبکه لوله به وجود می آید که در واقع مجموعه ای از لوله های



شکل ۱۴-۷ شبکه لوله

موازی و سری است . برای بررسی این شبکه ها از روش هاردی کراس استفاده می کنیم . هر شبکه بایستی شرایط زیر برقرار باشد :

1) برای هر لوله جداگانه در شبکه ، دبی  $Q_i$  را فرض می کنیم که بایستی این فرض به گونه ای باشد که رابطه پیوستگی جریان برای لوله های موازی برقرار باشد . به عبارت دیگر کل جریان ورودی به هر اتصال باید با کل جریان خروجی از آن باشد و با استفاده از این شرایط ، افت هد در هر لوله محاسبه می شود .

2) جمع جبری افت هد در هر حلقه بسته از شبکه لوله برابر صفر است . جریانی که در حلقه در جهت عقربه های ساعت است مثبت فرض کرده همچنین افت هد جریان نیز مثبت است و جریانی که در خلاف جهت عقربه های ساعت است منفی فرض مرده است و افت هد آن نیز منفی خواهد . در صورتی که جمع جبری افت هد برای هر حلقه صفر شود آنگاه جریان های فرض شده صحیح خواهد بود .

برای حل مسائل به روش هاردی کراس ابتدا مقدار دبی برای هر لوله تخمین زده می شود به گونه ای که رابطه پیوستگی جریان برای تمام شبکه و در هر نقطه اتصال برقرار باشد . سپس تصحیح دبی در هر حلقه محاسبه می گردد و بر اساس این مقدار ، دبی جدیدی تخمین زده می شود . این کار به وسیله سعی و خطا و تکرار آنقدر ادامه پیدا می کند تا دبی مورد نظر با دقت مناسب بدست آید و  $\Delta Q$  مقدار صفر و یا بسیار ناچیز گردد به عبارت دیگر :

$$Q = Q_0 + \Delta Q$$

$$\Delta Q = - \frac{\sum h_f}{n \sum (\frac{h_f}{Q})}$$

$\Delta Q$ : تصحیح دبی جریان برای هر حلقه

$\sum h_f$ : جمع جبری افت هد برای تمام لوله های حلقه

$\sum (\frac{h_f}{Q})$ : مجموع افت هد تقسیم بر دبی جریان برای هر لوله در هر حلقه

### افت ناشی از اصطکاک برای کانالها و مقاطع غیر مدور

همانند محاسبه افت ناشی از اصطکاک در مجاری مدور می توان فرمولهای بدست آمده را برای مجاری غیر مدور نیز به کار برد . در این بحث پارامتر جدیدی به نام شعاع هیدرولیکی (R) به جای قطر (D) به کار می رود .

شعاع هیدرولیکی (R) عبارتست از : نسبت مساحت سطح مقطع به محیط مرطوب .

$$R = \frac{A}{P} \quad \text{به عبارت دیگر :}$$

که برای یک مقطع دایره ای داریم :

$$R = \frac{\frac{\pi D^2}{4}}{\pi D} = \frac{D}{4} \Rightarrow D = 4R$$

و با جایگزینی این مقدار در معادله داریسی - وایسباخ داریم :

$$h_f = f \frac{L}{D} \frac{V^2}{2g} \quad \text{و} \quad D = 4R \Rightarrow h_f = f \frac{L}{4R} \frac{V^2}{2g}$$

$$\text{Re} = \frac{VD\rho}{\mu} \Rightarrow \text{Re} = \frac{V(4R)\rho}{\mu}$$

$$\frac{\varepsilon}{D} = \frac{\varepsilon}{4R}$$

### رجدول 3-7 : نمونه مقادیر زبری برای مجاراهای تجاری

زبری (ε)		مصالح (نو)
m	ft	
0/0009-0/009	0/003-0/03	فولاد پرچی
0/0003-0/003	0/001-0/01	بتن
0/0002-0/0009	0/0006-0/003	چوب
0/00026	0/00085	چدن
0/00015	0/5000	آهن گالوانیزه
0/0001	0/0004	چدن قیراندود



0/000046	0/00015	فولاد تجاری یا فولاد نر
0/0000015	0/000005	لوله برنجی یا لوله مسی
«صاف»	«صاف»	شیشه و پلاستیک

از : Lewis F.Mody «ضریب اصطکاک برای لوله جریان»

ASME Trans, Vol PP.671-684.19844

همچنین فقط برای جریان آب در مجاری بسته و باز و در دماهای معمولی می توان از فرمولهای مانینگ و هیزن - ویلیامز استفاده کرد زیرا اثر لزجت در نظر گرفته نشده است و این دو فرمول فقط برای اعداد رینولدز بالا قابل استفاده می باشند .  
فرمول هیزن - ویلیامز:

$$V = 1/318CR^{0/63}S^{0/54} \quad (\text{سیستم انگلیسی}) \Rightarrow Q = VA$$

$$V = 0/8492CR^{0/63}S^{0/54} \quad (\text{سیستم SI})$$

V: سرعت جریان

R: شعاع هیدرولیکی

S: شیب خط ترزا انرژی (افت هد بر واحد طول مجرا)

C: ضریب زبری هیزن - ویلیامز (که در جدول 4-7 آورده شده است).

A: سطح مقطع جریان

Q: دبی جریان

جدول 4-7: نمونه مقادیر ضریب هیزن ویلیامز c

140	لوله های مستقیم و بی نهایت هموار
130	فولاد یا چدن نو
120	چوب، بتن
110	فولاد پرچ شده نو و رنگ شده
100	چدن کهنه
80	چدن بسیار کهنه و زنگ زده

از روی دیاگرام هیزن - ویلیامز نیز می توان ضریب زبری C را بدست آورد که در شکل (7-15) آورده شده است :

